4. Доминаторы и постдоминаторы

4.1 Доминаторы

4.1.1 Определение

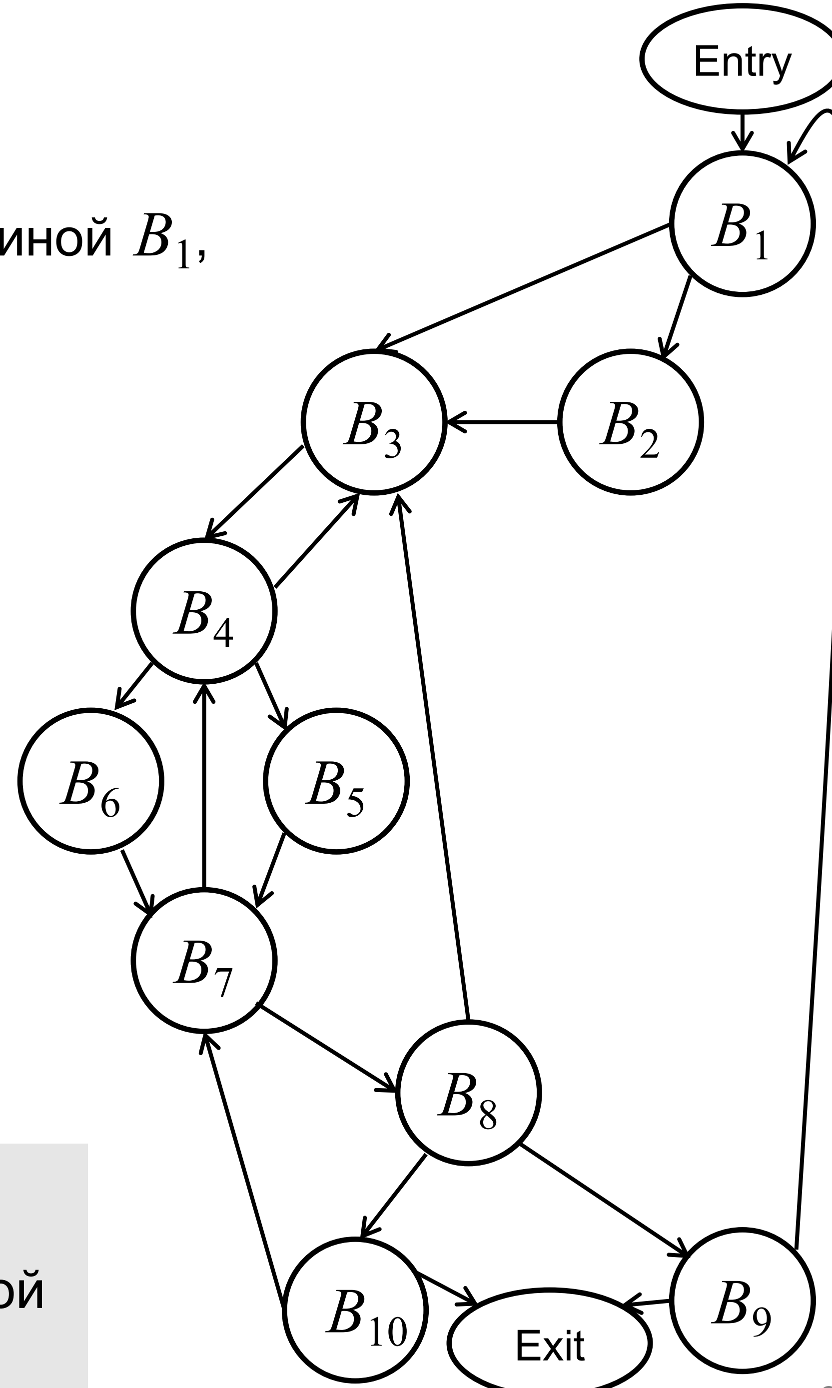
◊ В ГПУ вершина d является *доминатором* вершины n (этот факт записывается как $d \; dom \; n$ или $d \in Dom(n)$), если любой путь от вершины $Entry$ до вершины n проходит через вершину d.

◊ **Замечание**. Из определения 4.2.1 следует, что каждая вершина n является доминатором самой себя, так как путь от $Entry$ до n проходит через n.

4.1 Доминаторы

4.1.2 Примеры доминаторов

- ◊ Рассмотрим ГПУ с входной вершиной B_1, показанный на рисунке.
- ◊ B_1 является доминатором всех узлов, включая себя самого.
- ◊ B_2 является доминатором только себя самого.
- ◊ B_3 является доминатором всех вершин, кроме B_1 и B_2.
- ◊ B_4 является доминатором всех вершин, кроме B_1, B_2 и B_3 .
- ◊ B_5 и B_6 являются доминаторами только себя.



(**Определение.** Вершина d является *доминатором* вершины n, если любой путь от *Entry* до n проходит через d.)

4.1 Доминаторы

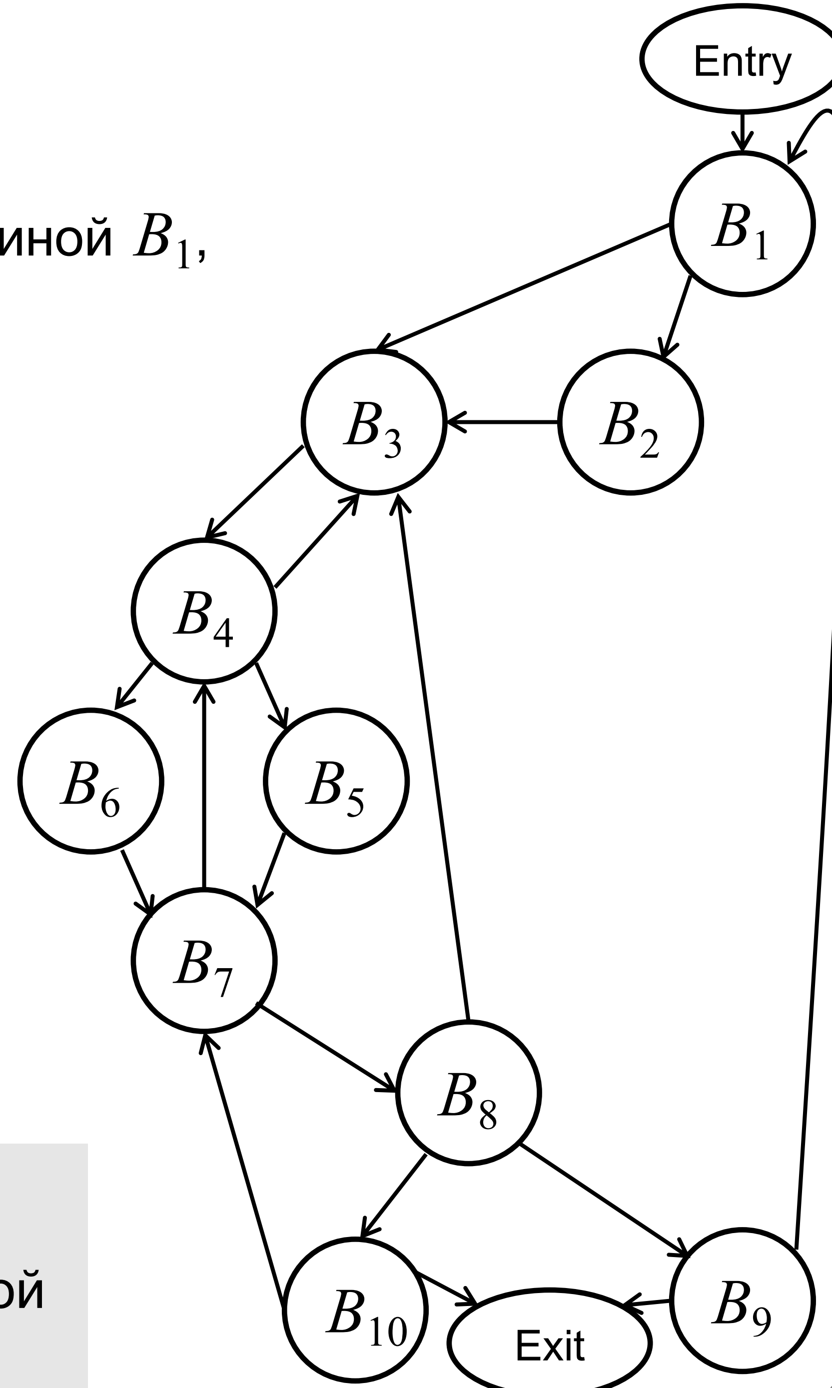
4.1.2 Примеры доминаторов

◇ Рассмотрим ГПУ с входной вершиной B_1, показанный на рисунке.

◈ B_7 является доминатором вершин B_7, B_8, B_9 и B_{10}.

◈ B_8 является доминатором вершин B_8, B_9 и B_{10}.

◈ B_9 и B_{10} являются доминаторами только себя.



(Определение. Вершина d является *доминатором* вершины n, если любой путь от $Entry$ до n проходит через d.)

4.1 Доминаторы

4.1.3 Свойства отношения *dom*

◊ **1.** Отношение *dom* рефлексивно, антисимметрично и транзитивно, т.е. является отношением частичного порядка.

(1) *Рефлексивность*: a *dom* a.

(2) *Антисимметрчность*: если a *dom* b и b *dom* a, то $a = b$.

(3) *Транзитивность*: если a *dom* b и b *dom* c, то a *dom* c.

◊ **2.** Для любой вершины n ГПУ каждый ациклический путь от *Entry* до n проходит через все доминаторы n, причем на всех таких путях доминаторы проходятся в *одном и том же порядке*

4.1.3 Свойства отношения *dom*

◊ **3.** Вершина s ГПУ является *строгим доминатором* вершины n (s $sdom$ n), если s dom n и $s \neq n$.

◊ **4.** Вершина i ГПУ является *непосредственным доминатором* вершины n (i $idom$ n), если

(1) i $sdom$ n

(2) не существует вершины m, такой, что i $sdom$ m и m $sdom$ n.

◊ **5.** У каждой вершины n, за исключением *Entry*, существует единственный непосредственный доминатор.

4.1.3 Свойства отношения *dom*

◊ **6.** Пусть n, d – вершины ГПУ,

$Pred(n) = \{p_1, p_2, \ldots, p_k\}$ и $d \neq n$.

Тогда d *dom* n тогда и только тогда, когда $\forall\ i$: d *dom* p_i.

◊ **7.** Множество строгих доминаторов вершины n является пересечением множеств доминаторов всех ее предшественников.

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ **Задача поиска всех доминаторов** вершин ГПУ формулируется как задача анализа потока данных в прямом направлении.

Значением потока данных на входе в блок B является множество вершин (базовых блоков), являющихся доминаторами B.

Операцией сбора является операция пересечения множеств.

Передаточная функция f_B добавляет вершину B к рассматриваемому множеству вершин.

Граничное условие: единственным доминатором вершины $Entry$ является она сама.

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ **Алгоритм**

Вход: граф потока $G = \langle N, E \rangle$ с входным узлом $Entry$.

Выход: для каждой вершины $n \in N$ множество $D(n)$ ее доминаторов.

Метод: найти решение следующей задачи потока данных (вершины n соответствуют базовым блокам):

$$\forall n \in N \qquad D(n) = Out[Pred(n)].$$

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

Область определения	Множество подмножеств базовых блоков
Направление обхода	$Forward$
Передаточная функция	$f_B(x) = x \cup \{B\}$
Граничное условие	$Out\,[Entry] = Entry$
Операция сбора ($\wedge$)	$\cap$
Система уравнений	$Out[B] = f_B(In[B])$ $In[B] = \bigcap_{P \in Pred(B)} Out[P]$
Начальное приближение	$Out\,[B] = N$

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ **Пример.** Применим алгоритм к ГПУ на рисунке в предположении, что блоки посещаются в порядке их номеров.

◊ **Первая итерация**

Граничное условие: $\boldsymbol{D(Entry) = \{Entry\}}$

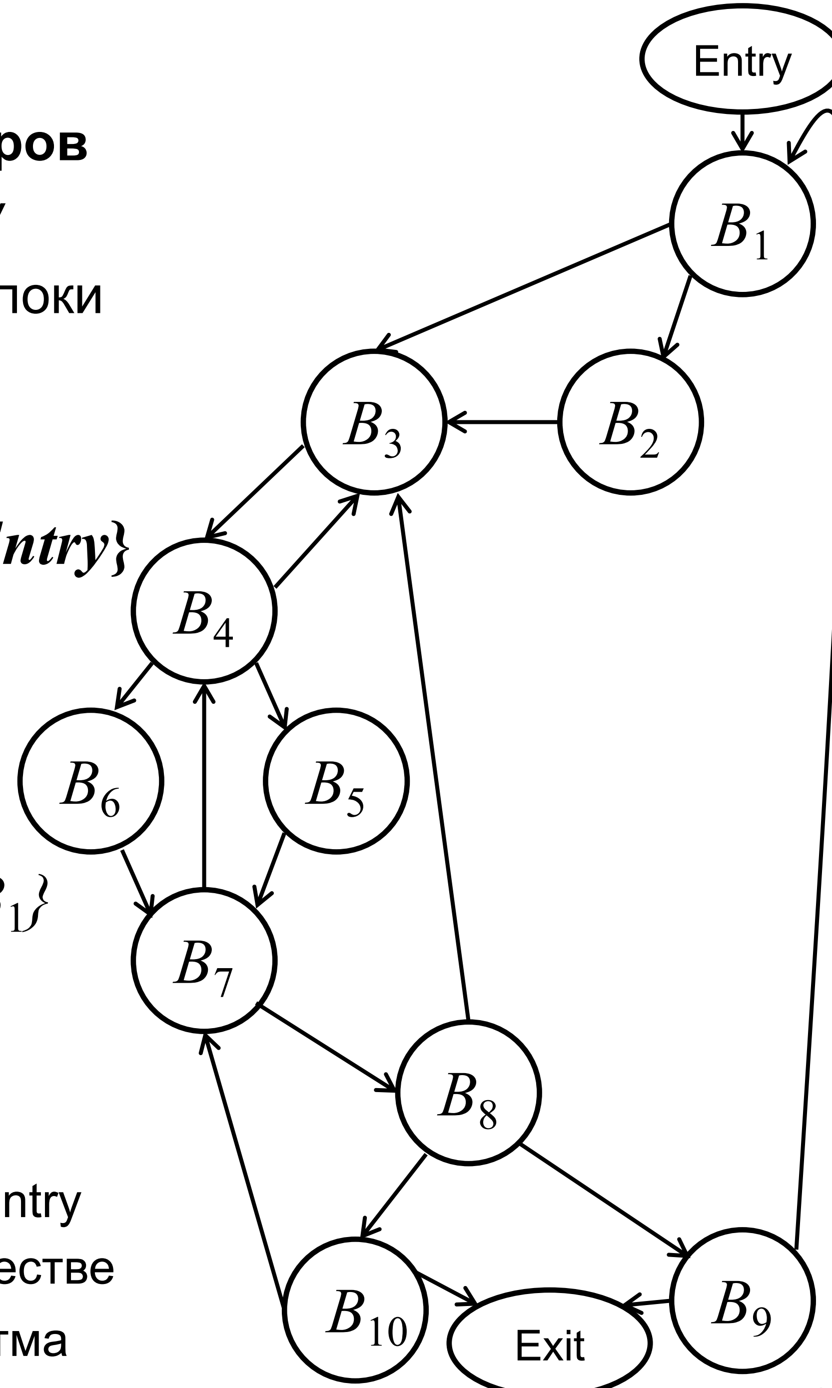
$$Pred(B_1) = \{Entry, B_9\}$$

$$\boldsymbol{D(B_1) = \{B_1\} \cup (D(Entry) \cap}$$

$$\boldsymbol{\cap\, D(B_9) =}$$

$$= \{B_1\} \cup (\{Entry\} \cap N) = \{Entry, B_1\}$$

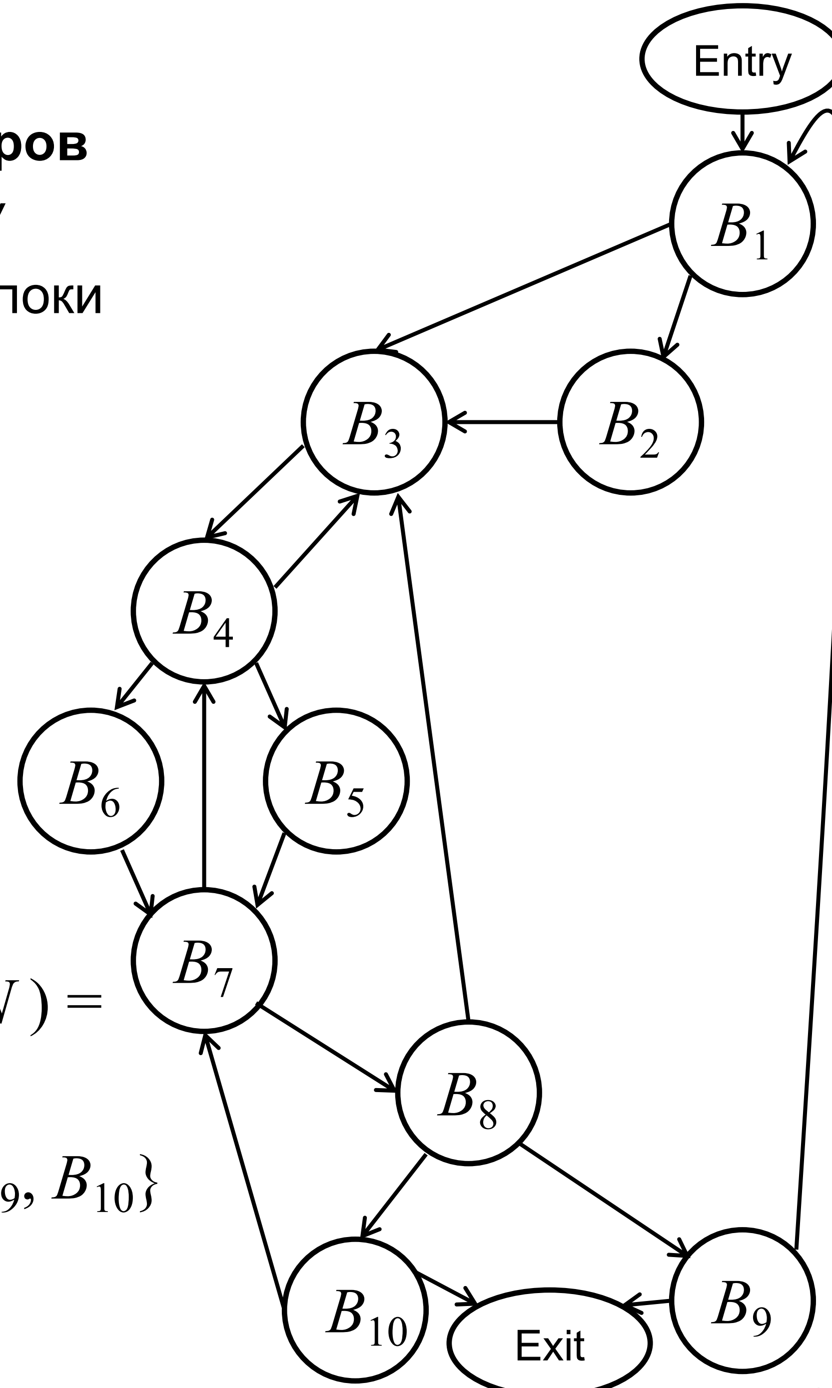
Замечание. Далее в этом примере для краткости мы не будем включать Entry в множества $\boldsymbol{D(B_i)}$, однако в дальнейшем Entry будет нужно в дереве доминаторов в качестве ***Idom(B1)*** для корректной работы алгоритма построения границы доминирования.



4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ **Пример.** Применим алгоритм к ГПУ на рисунке в предположении, что блоки посещаются в порядке их номеров.



◊ **Первая итерация**

$$Pred(B_2) = \{B_1\}$$

$$\boldsymbol{D(B_2) = \{B_2\} \cup D(B_1) = \{B_1, B_2\}}$$

$$Pred(B_3) = \{B_1, B_2, B_4, B_8\}$$

$$\boldsymbol{D(B_3) = \{B_3\} \cup (D(B_1) \cap D(B_2) \cap D(B_4) \cap D(B_8)) =}$$

$$= \{B_3\} \cup (\{B_1\} \cap \{B_1, B_2\} \cap N \cap N) = \{B_1, B_3\}$$

$$N = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}\}$$

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ Первая итерация (окончание)

$Pred(B_4) = \{B_3, B_7\}$

$$\boldsymbol{D(B_4) = \{B_4\} \cup (D(B_3) \cap D(B_7)) = \{B_4\} \cup (\{B_1, B_3\} \cap N) =}$$
$$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4\}}$$

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ Первая итерация (окончание)

$Pred(B_4) = \{B_3, B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_4) = \{B_4\} \cup (D(B_3) \cap D(B_7)) = \{B_4\} \cup (\{B_1, B_3\} \cap N) =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4\}}$

$Pred(B_5) = Pred(B_6) = \{B_4\}$

$\boldsymbol{D(B_5) = \{B_5\} \cup D(B_4) = \{B_5\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_5\}}$

$\boldsymbol{D(B_6) = \{B_6\} \cup D(B_4) = \{B_6\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_6\}}$

4.1 Доминаторы
4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ Первая итерация (окончание)

$Pred(B_4) = \{B_3, B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_4) = \{B_4\} \cup (D(B_3) \cap D(B_7)) = \{B_4\} \cup (\{B_1, B_3\} \cap N) =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4\}}$

$Pred(B_5) = Pred(B_6) = \{B_4\}$

$\boldsymbol{D(B_5) = \{B_5\} \cup D(B_4) = \{B_5\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_5\}}$

$\boldsymbol{D(B_6) = \{B_6\} \cup D(B_4) = \{B_6\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_6\}}$

$Pred(B_7) = \{B_5, B_6, B_{10}\}$

$\boldsymbol{D(B_7) = \{B_7\} \cup (D(B_5) \cap D(B_6)) \cap D(B_{10})) = \{B_7\} \cup (\{B_1, B_3, B_4, B_5\} \cap}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4, B_6\} \cap N) = \{B_1, B_3, B_4, B_7\}}$

$Pred(B_8) = \{B_7\}$

4.1 Доминаторы

4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ Первая итерация (окончание)

$Pred(B_4) = \{B_3, B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_4) = \{B_4\} \cup (D(B_3) \cap D(B_7)) = \{B_4\} \cup (\{B_1, B_3\} \cap N) =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4\}}$

$Pred(B_5) = Pred(B_6) = \{B_4\}$

$\boldsymbol{D(B_5) = \{B_5\} \cup D(B_4) = \{B_5\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_5\}}$

$\boldsymbol{D(B_6) = \{B_6\} \cup D(B_4) = \{B_6\} \cup \{B_1, B_3, B_4\} = \{B_1, B_3, B_4, B_6\}}$

$Pred(B_7) = \{B_5, B_6, B_{10}\}$

$\boldsymbol{D(B_7) = \{B_7\} \cup (D(B_5) \cap D(B_6)) \cap D(B_{10})) = \{B_7\} \cup (\{B_1, B_3, B_4, B_5\} \cap}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4, B_6\} \cap N) = \{B_1, B_3, B_4, B_7\}}$

$Pred(B_8) = \{B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_8) = \{B_8\} \cup D(B_7) = \{B_8\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7\} = \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\}}$

$Pred(B_9) = Pred(B_{10}) = \{B_8\}$

$\boldsymbol{D(B_9) = \{B_9\} \cup D(B_8) = \{B_9\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\} = \{B_1, B_3,B_4, B_7,B_8,B_9\}}$

$\boldsymbol{D(B_{10}) = \{B_{10}\} \cup D(B_8) = \{B_{10}\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\} =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8, B_{10}\}}$

4.1 Доминаторы
4.1.4 Алгоритм вычисления доминаторов

◊ Первая итерация (окончание)

$Pred(B_4) = \{B_3, B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_4) = \{B_4\} \cup (D(B_3) \cap D(B_7)) = \{B_4\} \cup (\{B_1, B_3\} \cap N) =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4\}}$

$Pred(B_5) = Pred(B_6) = \{B_4\}$

$\boldsymbol{D(B_5) = \{B_5\} \cup D}$ … $\boldsymbol{, B_4, B_5\}}$

$\boldsymbol{D(B_6) = \{B_6\} \cup D}$ … $\boldsymbol{, B_4, B_6\}}$

$Pred(B_7) = \{B_5, B$ …

$\boldsymbol{D(B_7) = \{B_7\} \cup (}$ … $\boldsymbol{(\{B_1, B_3, B_4, B_5\} \cap}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4, B_6\} \cap N) = \{B_1, B_3, B_4, B_7\}}$

Полученные значения $D(B_1) – D(B_{10})$ на второй итерации не изменяются

$Pred(B_8) = \{B_7\}$

$\boldsymbol{D(B_8) = \{B_8\} \cup D(B_7) = \{B_8\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7\} = \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\}}$

$Pred(B_9) = Pred(B_{10}) = \{B_8\}$

$\boldsymbol{D(B_9) = \{B_9\} \cup D(B_8) = \{B_9\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\} = \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8, B_9\}}$

$\boldsymbol{D(B_{10}) = \{B_{10}\} \cup D(B_8) = \{B_{10}\} \cup \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8\} =}$

$\boldsymbol{= \{B_1, B_3, B_4, B_7, B_8, B_{10}\}}$

4.1 Доминаторы

4.1.5 Непосредственные доминаторы и дерево доминаторов

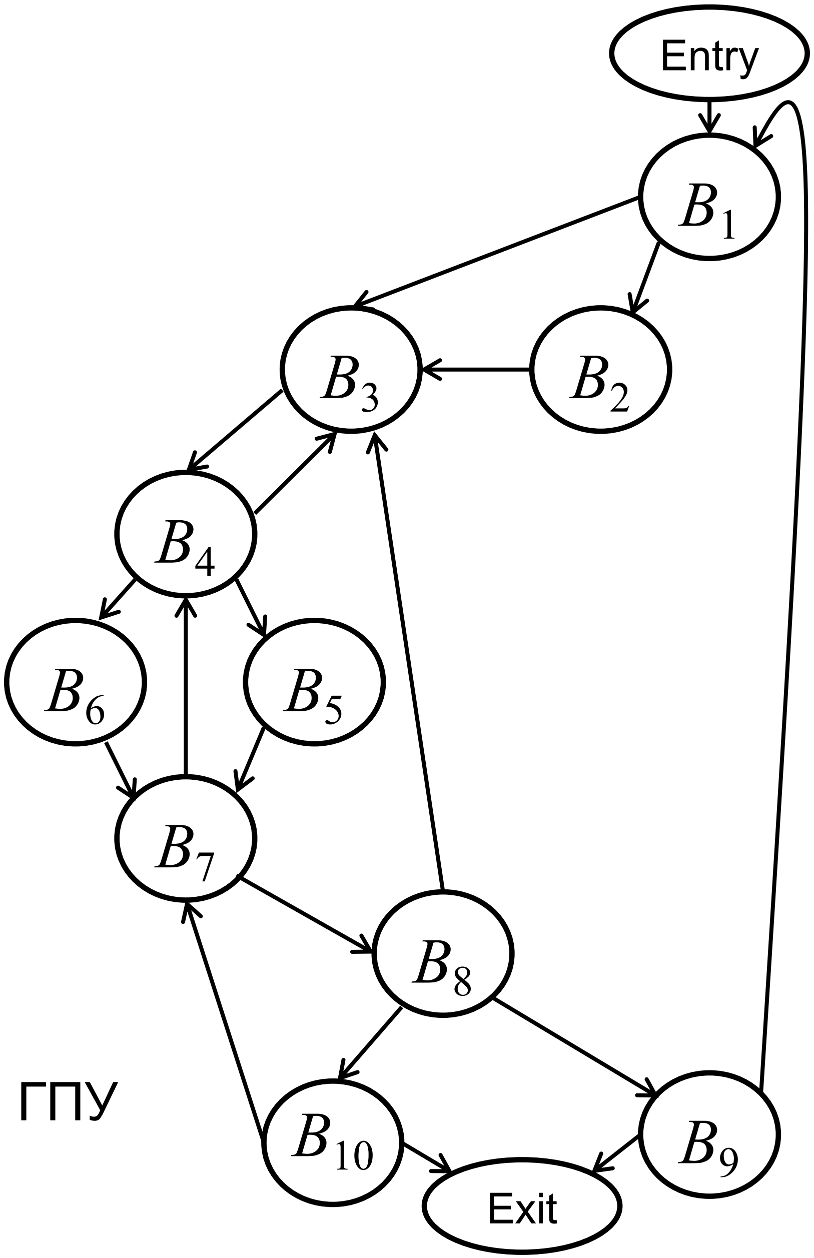
n	$D(n)$	$IDom(n)$
B_1	B_1	–
B_2	$\boldsymbol{B_1}, B_2$	B_1
B_3	$\boldsymbol{B_1}, B_3$	B_1
B_4	$B_1, \boldsymbol{B_3}, B_4$	B_3
B_5	$B_1, B_3, \boldsymbol{B_4}, B_5$	B_4
B_6	$B_1, B_3, \boldsymbol{B_4}, B_6$	B_4
B_7	$B_1, B_3, \boldsymbol{B_4}, B_7$	B_4
B_8	$B_1, B_3, B_4, \boldsymbol{B_7}, B_8$	B_7
B_9	$B_1, B_3, B_4, B_7, \boldsymbol{B_8}, B_9$	B_8
B_{10}	$B_1, B_3, B_4, B_7, \boldsymbol{B_8}, B_{10}$	B_8

В таблице приведены списки доминаторов каждой вершины ГПУ из рассмотренного примера. Непосредственный доминатор в каждом списке предпоследний. Соединив дугами для каждого $n \in N$ $IDom(n)$ с n, получим дерево доминаторов. Оно изображено на следующем слайде

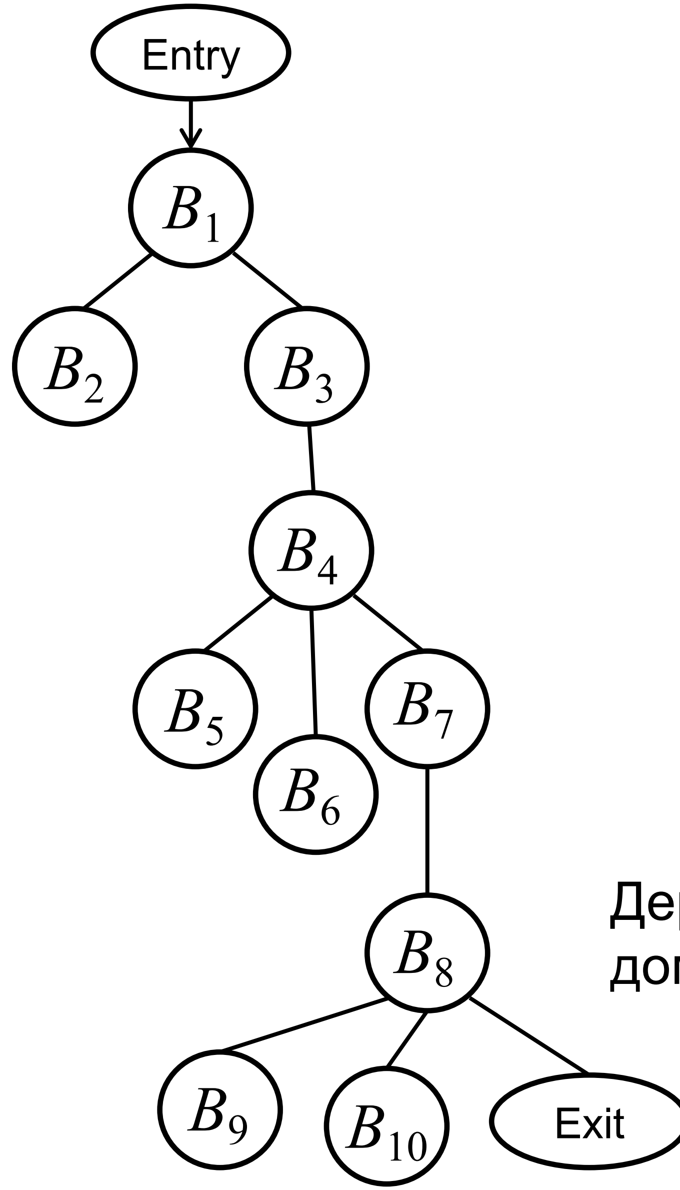
+ в начале каждой строки неявно подразумевается $Entry$, который доминирует все блоки ГПУ.

4.1 Доминаторы

4.1.5 Непосредственные доминаторы и дерево доминаторов



ГПУ



Дерево доминаторов

4.2 Граница доминирования

4.2.1. Определение границы доминирования (*Dominance Frontier*)

◊ **Определение**. *Границей доминирования* узла n называется множество узлов m, удовлетворяющих условиям:

(1) n является доминатором предшественника m:

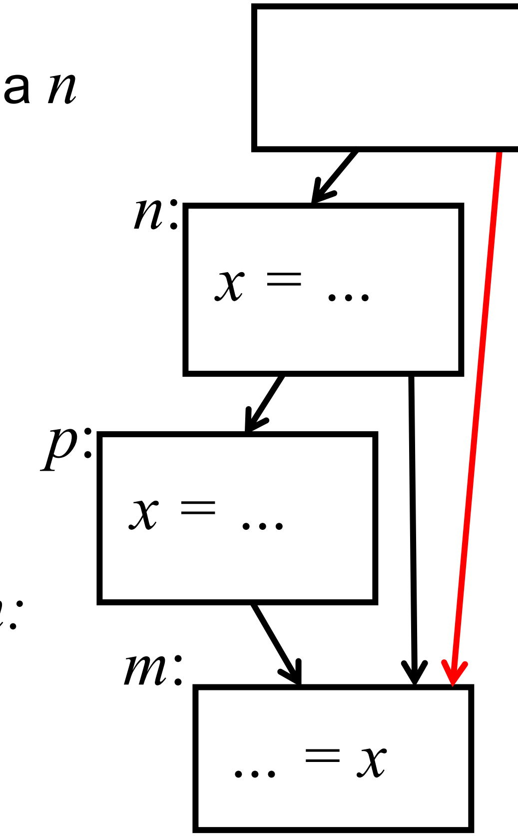
$$\exists p \in Pred(m) \;\&\; n \in Dom(p)$$

(2) n не является строгим доминатором m:

$$n \notin (Dom\ (m) - \{m\}).$$

(иными словами, n не является доминатором m, либо n совпадает с m)

Граница доминирования обозначается, как $DF(n)$.

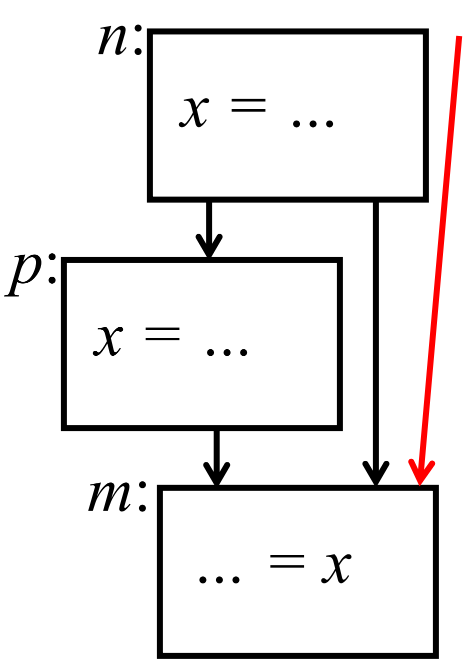


◊ **Неформально**: $DF(n)$ содержит все **первые** узлы, которые достижимы из n, на любом пути графа потока, проходящем через n, но над которыми n не доминирует.

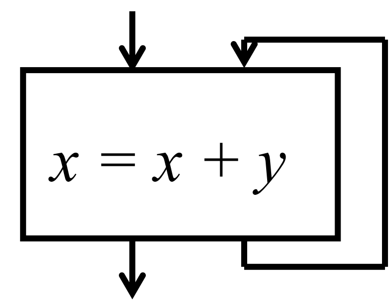
4.2 Граница доминирования

4.2.1. Определение границы доминирования (*Dominance Frontier*)

◊ **Замечание**. Условие про строгость доминатора в (2) Определении 4.2.1 «(2) n не является ***строгим*** доминатором m» необходимо для определения границы доминирования
в случае цикла, тело которого состоит из единственного базового блока, показанном на нижнем рисунке: в этом случае n, m и p совпадают и n является своей собственной границей доминирования.



$n = m = p$:

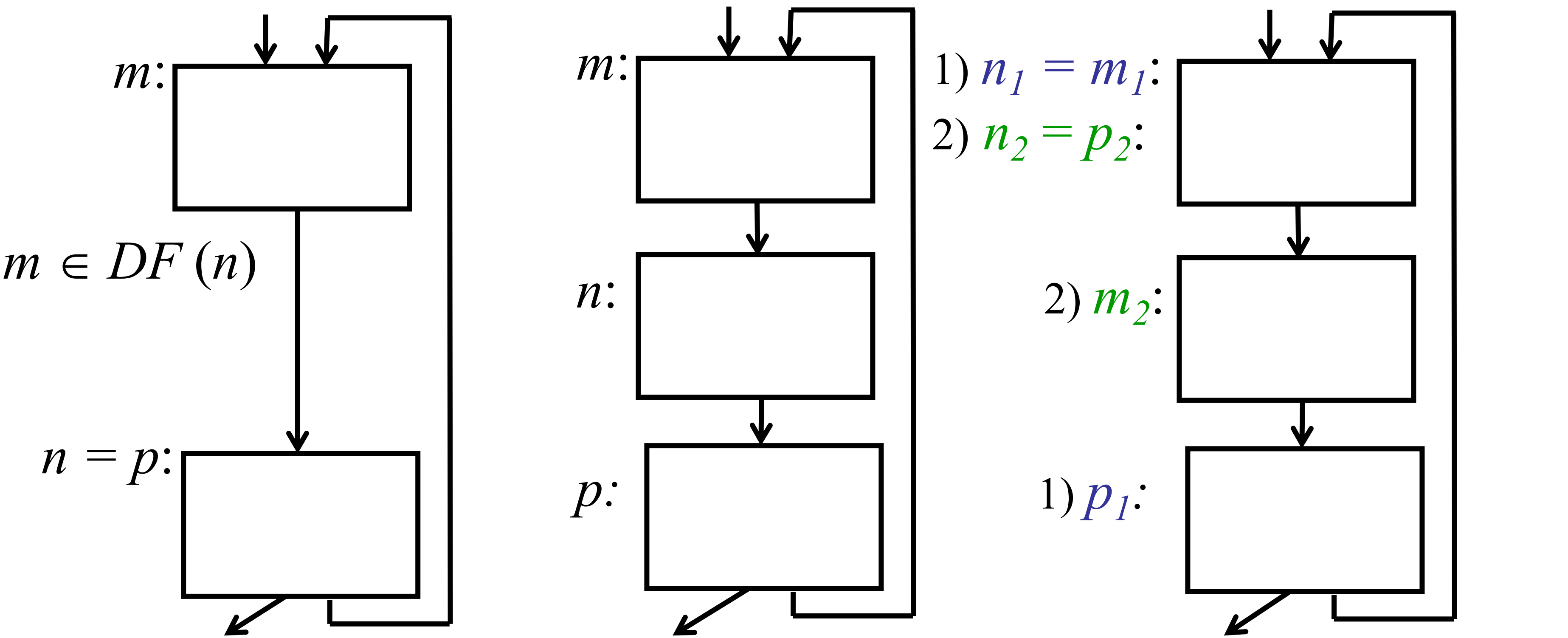


На левом рисунке n не является доминатором m (ни строгим, ни нестрогим).
На правом рисунке n является (нестрогим) доминатором m (т. к. $n = m$), и это допускается определением границы доминирования.

4.2 Граница доминирования

4.2.1. Определение границы доминирования (*Dominance Frontier*)

Цикл do-while: $m \in DF(n)$ $m_1 \in DF(n_1)$, $m_2 \notin DF(n_2)$



По определению, $m \in DF(n)$ тогда и только тогда, когда выполняются оба условия:

- n является доминатором предшественника m:

  $\exists p \in Pred(m)\ \&\ n \in Dom(p)$

- n не является доминатором m, либо n совпадает с m :

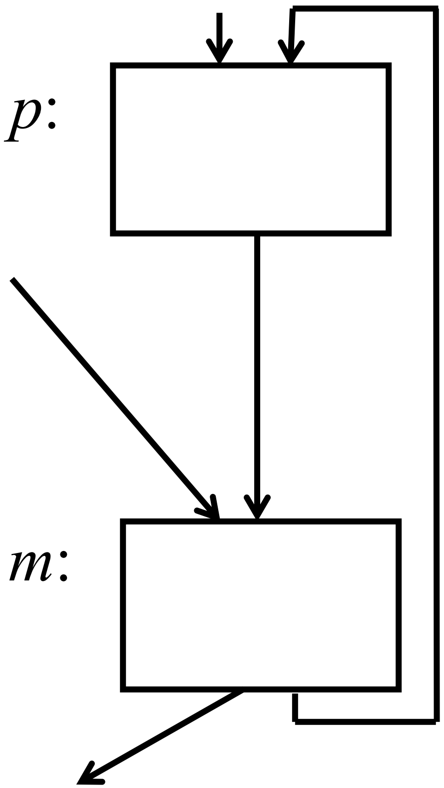
  $n \notin (Dom\ (m) - \{m\})$.

4.2 Граница доминирования

4.2.1. Определение границы доминирования (*Dominance Frontier*)

Конструкция, которая похожа на цикл (do-while), но не является циклом:

$n = p$:



m:

$m \in DF(n)$

$n_2 = m_2$

$m_2 \notin DF(n_2)$,

т.к. $n_2 \notin Dom(p_2)$

p_2

По определению, $m \in DF(n)$ тогда и только тогда, когда выполняются оба условия:

- n является доминатором предшественника m:

  $$\exists p \in Pred(m) \;\&\; n \in Dom(p)$$

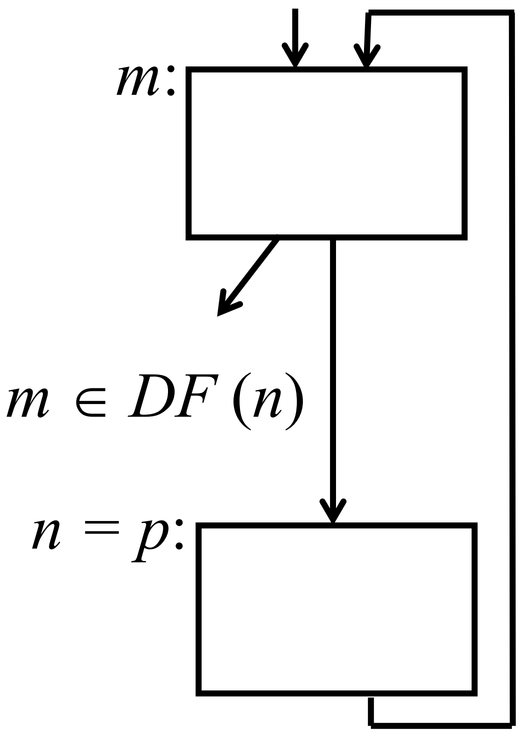
- n не является доминатором m, либо n совпадает с m :

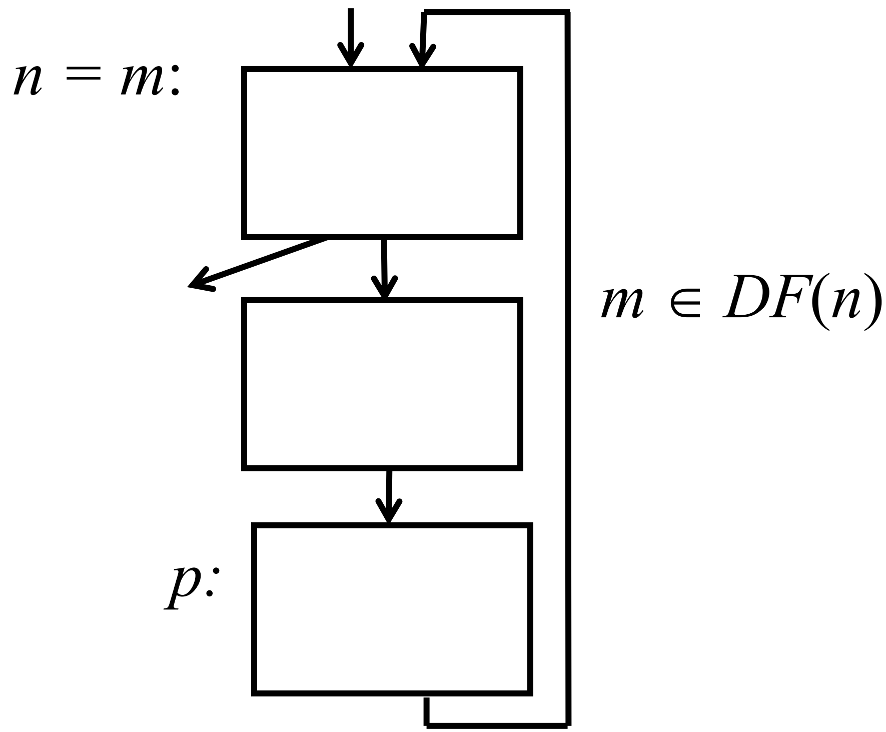
  $$n \notin (Dom(m) - \{m\}).$$

4.2 Граница доминирования

4.2.1. Определение границы доминирования (*Dominance Frontier*)

Цикл while:





По определению, $m \in DF(n)$ тогда и только тогда, когда выполняются оба условия:

- n является доминатором предшественника m:

  $$\exists p \in Pred(m) \;\&\; n \in Dom(p)$$

- n не является доминатором m, либо n совпадает с m :

  $$n \notin (Dom\,(m) - \{m\}).$$

4.2 Граница доминирования

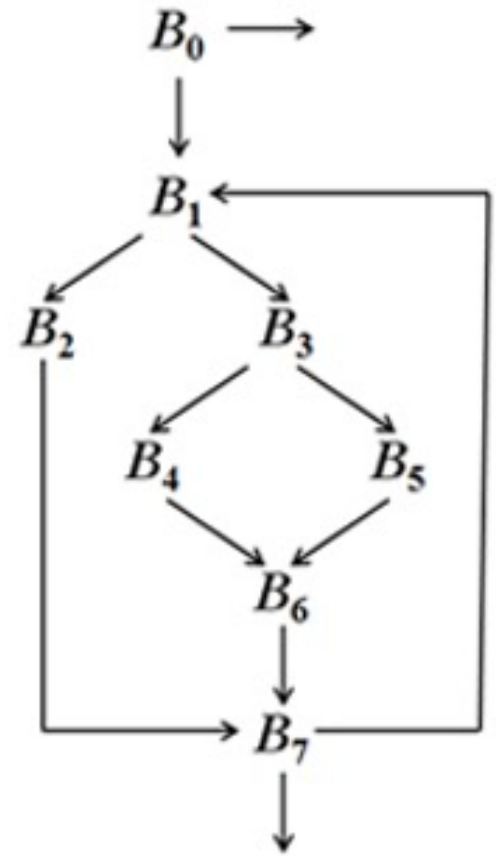
4.2.1. Определение границы доминирования

◊ **Пример.** На рисунке справа
$B_3 \in Dom(B_4)$, $B_3 \in Dom(B_5)$,
$B_3 \in Dom(B_6)$,
$B_3 \notin (Dom(B_7) - \{B_7\})$,
т.е. B_3 является доминатором B_4, B_5 и B_6,
но не является доминатором B_7.

Более того, на любом пути, выходящем из B_3,
B_7 – первая вершина, для которой
B_3 не является доминатором

Следовательно, $\boldsymbol{B_7 \in DF(B_3)}$

а так как узел B_3 не является доминатором
узлов B_0, B_1 и B_2, то $\boldsymbol{DF(B_3) = \{B_7\}}$



4.2 Граница доминирования

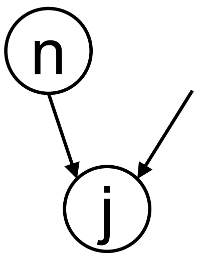
4.2.2. Построение границы доминирования

◊ Свойства узлов, входящих в границу доминирования

(1) узел, принадлежащий границе доминирования, должен быть точкой сбора графа потока.

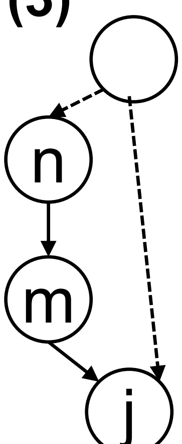
(2) если j – точка сбора: $n \in Pred(j)$ & $n \notin Dom(j)$,

то $j \in DF(n)$



т.е. точка сбора j входит в границу доминирования любого своего предшественника n, не являющегося доминатором j.

(3) если j – точка сбора:



$m \in Pred(j)$ & $n \in Dom(m)$ & $n \notin Dom(j)$, то $j \in DF(n)$

т.е. доминаторы предшественников точки сбора j должны иметь j в своих множествах границ доминирования, если только они не доминируют над j.

4.2 Граница доминирования

4.2.2. Построение границы доминирования

◊ Свойства узлов границы доминирования позволяют составить простой алгоритм ее построения

Шаг 1. Найти все точки сбора *j* графа потока, т.е. все узлы j, у которых $|Pred(j)| > 1$.

Шаг 2. Исследовать каждый узел $p \in Pred(j)$ и продвинуться по дереву доминаторов, начиная с p и вплоть до непосредственного доминатора j: при этом j входит в состав границы доминирования каждого из пройденных узлов, за исключением непосредственного доминатора j.

4.2 Граница доминирования

4.2.3. Алгоритм построения границ доминирования

- **Вход**: граф потока управления с добавленными блоками *Entry* и *Exit*
- **Выход**: множество границ доминирования для узлов графа потока
- **Метод**: выполнить следующую программу:

for all $n \in N$ **do** $DF(n) = \varnothing$;
for all $n \in N$ **do** {
  if $|Pred(n)| > 1$ **then** {
    for each $p \in Pred(n)$ **do** {
      $r = p$;
      while $r \neq IDom(n)$ **do** {
        $DF(r) = DF(r) \cup \{ n \}$;
        $r = IDom(r)$;
      }
    }
  }
}

Предок в ГПУ

распространенная ошибка на контрольных: в этом присваивании r и n часто путаются, меняя их местами

Непосредственный доминатор (шаг вверх по дереву доминаторов)

4.2 Граница доминирования

4.2.3. Алгоритм построения границ доминирования

◊ **Вход**: граф потока управления с добавленными блоками *Entry* и *Exit*

◊ **Выход**: множество границ доминирования для узлов графа потока

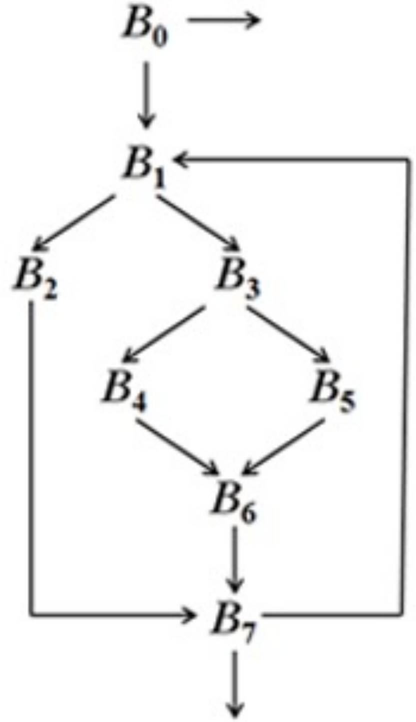
◊ **Метод**: выполнить следующую программу:

> **for all** $n \in N$ **do** $DF(n) = \varnothing$;
>
> **for all** $n \in N$ **do** {
>
>   **if** $|Pred(n)| > 1$ **then** {
>
>   **for each** $p \in Pred(n)$ **do** {
>
> $r = p$;
>
>   **while** $r \neq IDom(n)$ **do** {

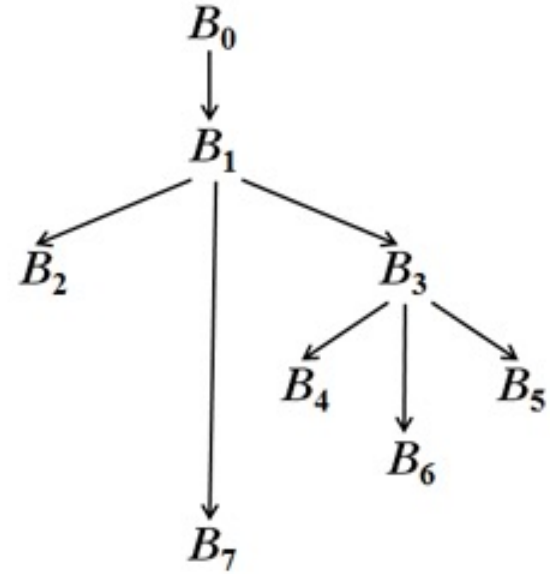
У исходного ГПУ должны быть блоки *Entry* и *Exit*, иначе если в первый же блок входит обратная дуга, условие $|Pred(n)| > 1$ не выполнится, и алгоритм не сработает корректно. Даже если определить понятие «точки сбора» каким-либо другим способом, у первого узла должен быть предок для его сравнения с $IDom$ точки сбора.

4.2 Граница доминирования

4.2.4. Пример применения алгоритма построения границ доминирования



Граф потока управления



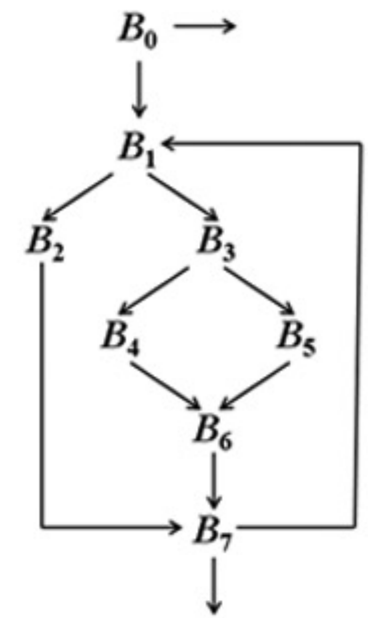
Дерево доминаторов

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$Pred(n)$	$\varnothing$	{0,7}	{1}	{1}	{3}	{3}	{4, 5}	{2, 6}
$Dom(n)$	{0}	{0,1}	{0,1,2}	{0,1,3}	{0,1,3,4}	{0,1,3,5}	{0,1,3,6}	{0,1,7}
$Idom(n)$	$\varnothing$	{0}	{1}	{1}	{3}	{3}	{3}	{1}

4.2 Граница доминирования

4.2.4. Пример применения алгоритма построения границ доминирования

Граф потока управления



◊ У графа три точки сбора – входы в узлы B_1, B_6 и B_7.

Узел B_6: $Pred(B_6) = \{B_4, B_5\}$, $Idom(B_6) = \{B_3\}$,

проходим от B_5 до B_3, добавляем B_6 к $DF(B_5)$,
проходим от B_4 до B_3, добавляем B_6 к $DF(B_4)$.

Узел B_7: $Pred(B_7) = \{B_2, B_6\}$, $Idom(B_7) = \{B_1\}$,

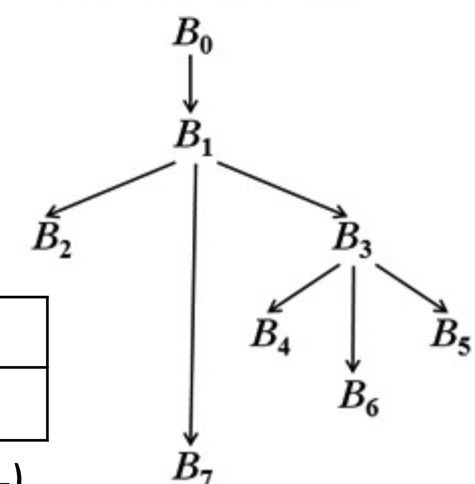
проходим от B_2 до B_1, добавляем B_7 к $DF(B_2)$,
проходим от B_6 до B_3, добавляем B_7 к $DF(B_6)$
проходим от B_3 до B_1, добавляем B_7 к $DF(B_3)$

◊ Таблица **текущих** результатов:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$DF(B_n)$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{B_7\}$	$\{B_7\}$	$\{B_6\}$	$\{B_6\}$	$\{B_7\}$	$\varnothing$

(промежуточные результаты после рассмотрения B_6 и B_7)

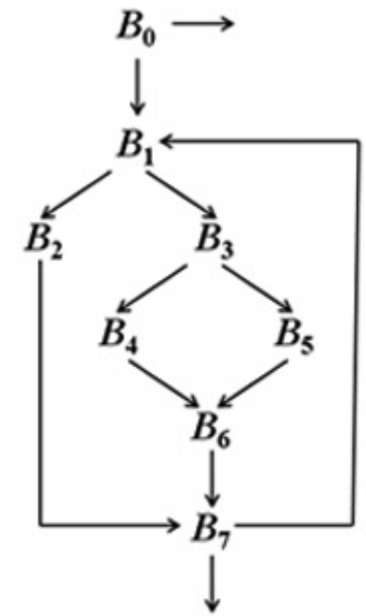
Дерево доминаторов



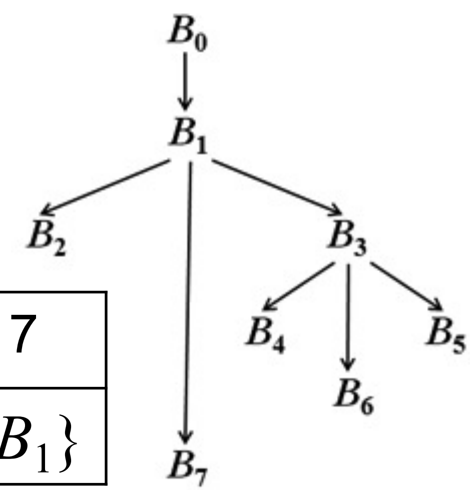
4.2 Граница доминирования

4.2.4. Пример применения алгоритма построения границ доминирования

Граф потока управления



Дерево доминаторов



◊ **Узел B_1**: $Pred(B_1) = \{B_0, B_7\}$, $Idom(B_1) = \{B_0\}$,

Предок B_0 совпадает с непосредственным доминатором точки сбора B1: $Idom(B_1) = B_0$, значит, точка сбора B_1 не будет добавлена к $DF(B_0)$.

Предок B_7: 1) проходим от B_7 до B_1 (по обратному ребру), добавляем B_1 к $DF(B_7)$.

2) далее проходим от B_1 до B_0, добавляем B_1 к $DF(B_1)$.

◊ **Окончательная таблица результатов:**

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$DF(B_n)$	$\varnothing$	$\{B_1\}$	$\{B_7\}$	$\{B_7\}$	$\{B_6\}$	$\{B_6\}$	$\{B_7\}$	$\{B_1\}$

4.3 Постдоминаторы

4.3.1 Определение

◊ В ГПУ вершина p является *постдоминатором* вершины n (этот факт записывается как p $postdom$ n или $p = Postdom(n)$), если любой путь от вершины n до вершины $Exit$ проходит через вершину p.

◊ **Замечание**. Из определения 4.2.1 следует, что каждая вершина n является постдоминатором самой себя: путь от n до $Exit$ проходит через n.

4.3 Постдоминаторы

4.3.2 Определения

◊ *Обратным графом* ориентированного графа $G = \langle N, E\rangle$ называется ориентированный граф $G^R = \langle N, E^R\rangle$, у которого направления всех ребер противоположны.

◊ **Постдоминаторы ГПУ – это доминаторы его *обратного графа*.**(*)

◊ *Обратная граница доминирования* ($RDF(n)$) вершины $n \in G$ – это обычная граница доминирования в обратном графе G^R.

◊ Необходимо отметить, что, несмотря на сказанное выше (*), дерево постдоминаторов для исходного графа G нельзя получить с помощью какого-либо «обращения» или «переподвешивания вверх ногами за Exit» из его дерева доминаторов.
В этом легко убедиться на примере (на след. слайде).

4.3 Постдоминаторы

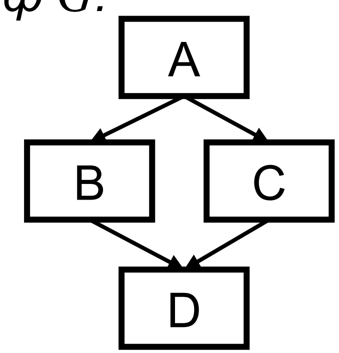
4.3.2.1 Примеры

◊ Дерево постдоминаторов для исходного графа G нельзя получить с помощью «обращения» его дерева доминаторов.

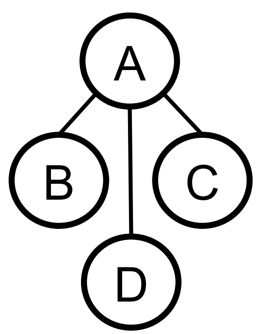
◊ Если бы это было верно, то из $A\ dom\ B$ следовало бы $B\ pdom\ A$. Это, конечно же, не так – отношение доминирования рассматривает только пути от Entry, а постдоминирования – только до Exit, и взаимное расположение на путях от Entry не дает никаких гарантий относительно путей к Exit.

В примере ниже видно, что в (2) и (4) даже разные пары вершин соединены ребрами (напр. в (2) **A-B**, а в (4) **D-B**).
Т.е. видно, что $(DomTree(G))^R \neq PostDomTree(G)$.
Но при этом $DomTree(G^R) = PostDomTree(G)$.

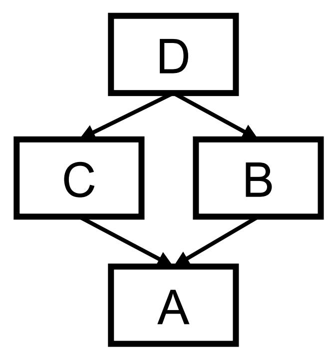
(1) Исходный граф G:



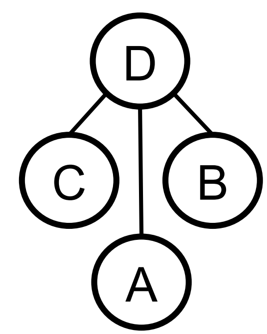
(2) Дерево доминаторов для G:



(3) Обратный граф G^R:



(4) Дерево доминаторов для G^R (оно же постдоминаторов для исходного G):



4.3 Постдоминаторы

4.3.3 Применение постдоминаторов. Зависимость по управлению.

◊ По определению, вершина m ГПУ *зависит по управлению* от вершины n тогда, и только тогда, когда:

- существует непустой путь T от n до m, такой что $\forall k \in T - \{n\}: m = Postdom(k)$, т.е. если выполнение программы пошло по пути T, то, чтобы достичь $exit$, оно обязательно пройдет через m.
- m не является строгим постдоминатором n.
  (У n может быть несколько выходов, так что помимо T возможны и другие пути, проходящие через n, но потом ведущие не в m, а в другие вершины).

◊ Другими словами: несколько ветвей исходят из n. Какие-то из них ведут в m, какие-то нет. Решение, принимаемое в ветвелении n определяет, будет ли исполняться m.

◊ Обратная граница доминирования позволяет определять границы зависимостей по управлению.

4.3 Постдоминаторы

4.3.4 Эквивалентность по управлению

◊ **Определение**. Два базовых блока B_i и B_j *эквивалентны по управлению*, если B_i выполняется тогда, и только тогда, когда выполняется B_j .

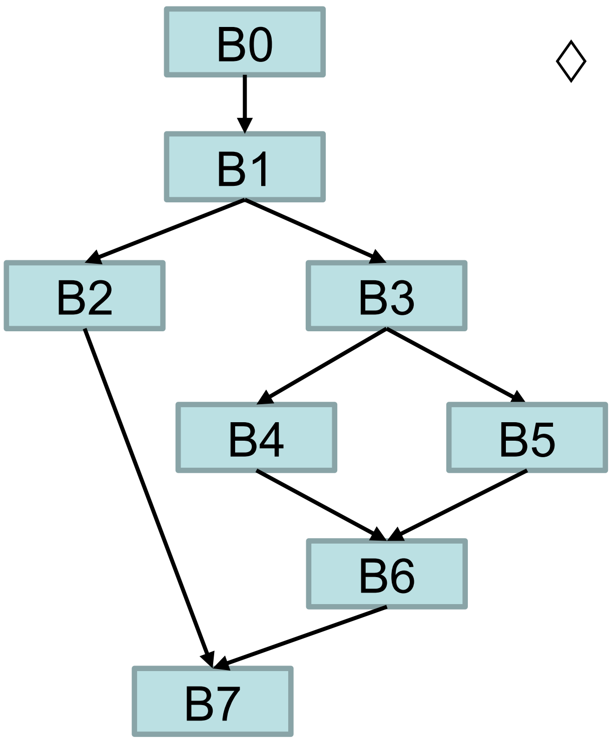
◊ **Утверждение**. Если выполняются соотношения:

$B_i = Dom(B_j)$ и $B_j = Postdom(B_i)$

то базовые блоки B_i и B_j эквивалентны по управлению

4.3 Постдоминаторы

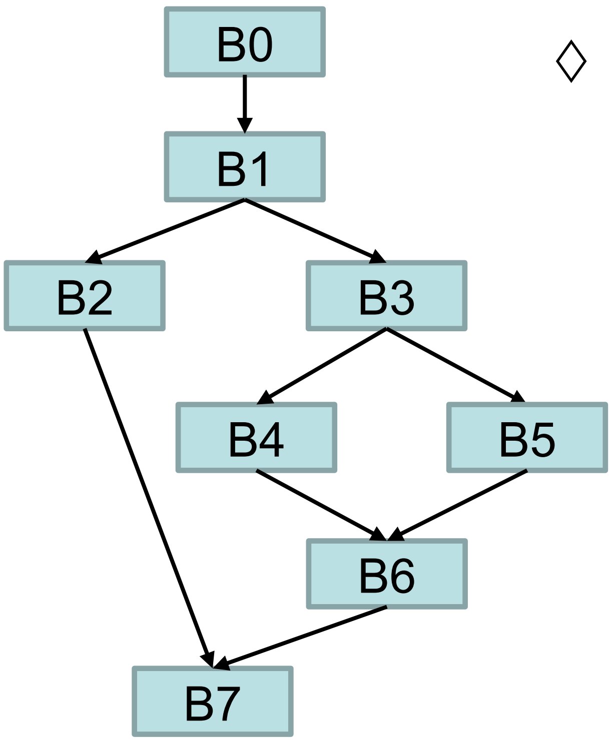
4.3.3 Зависимость и эквивалентность по управлению. Примеры.



- ◊ **B3** (а также B6) зависит по управлению от **B1**, т. к. в B1 принимается решение о выборе пути дальнейшего выполнения (и попадания в B3 и B6)
- ◊ С точки зрения определения зависимости по управлению:
  - ◊ существует путь (B1, B3], в котором B3 является постдоминатором для всех узлов в пути, кроме первого (B1), и B3 не является постдоминатором B1 => **B3 зависит по управлению от B1**
  - ◊ аналогично, **B5 зависит по управлению от B3**
- ◊ нет пути, исходящего из B1, в котором B4 или B5 являются постдоминаторами для узлов этого пути => **B4 и B5 не зависят по управлению от B1, хотя и зависят от B3, а B3 зависит от B1** => зависимость по управлению не транзитивна

4.3 Постдоминаторы

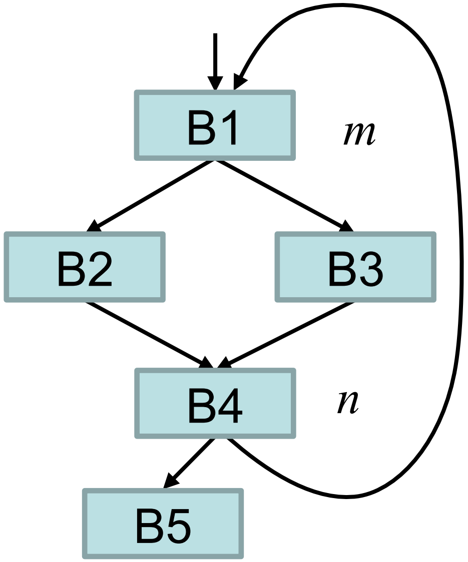
4.3.3 Зависимость и эквивалентность по управлению. Примеры.



- B3 (а также **B6**) зависит по управлению от **B1**, т. к. в B1 принимается решение о выборе пути дальнейшего выполнения (и попадания в B6)
- С точки зрения определения зависимости по управлению:
  - существуют пути (вообще говоря, все пути, начинающихся в B1, проходящие через B3, и заканчивающихся в B6): (B1, B3, …, b_i, …, B6] – в них B6 будет постдоминатором для всех промежуточных узлов b_i (не считая B1)
  - B6 не является постдоминатором B1
- **B1 входит в обратную границу доминирования B6 (и B3)**
- B6 не зависит по управлению от B3 – эти блоки **эквивалентны по управлению**: если выполнился код в B3, то обязательно выполнится и B6, и наоборот: если выполнился B6, то прежде был выполнен и B3.

4.3 Постдоминаторы

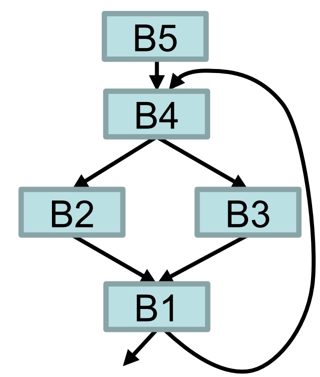
4.3.3 Зависимость и эквивалентность по управлению. Примеры.



ГПУ $G = \langle N, E \rangle$

m	1	2	3	4	5
RDF(m)	{ 4 }	{ 1 }	{ 1 }	{ 4 }	∅

- ◊ **B1** зависит по управлению от **B4** и по RDF, и по определению: существует путь (B4, B1], в котором B1 постдоминирует все узлы, кроме первого B4, при этом B1 не является постдоминатором B4.
- ◊ B4 зависит по управлению от B4: ∃ путь (B4, B1, B2, B4], в котором B4 постдоминирует все узлы, и B4 не является *строгим* постдоминатором B4.
- ◊ **B2** и **B3** зависят по управлению от **B1.**



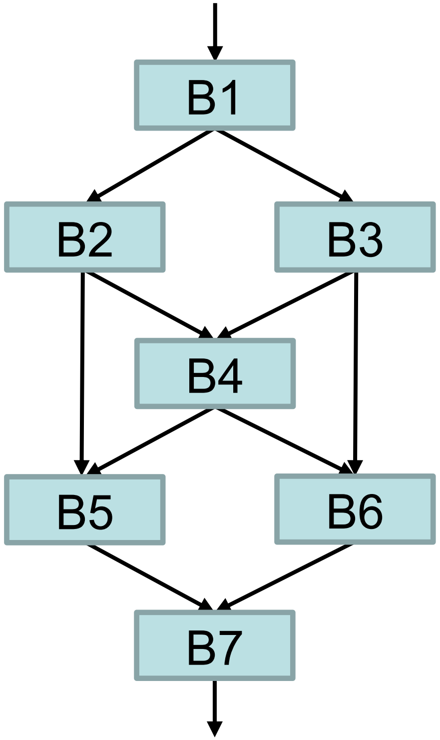
Обратный граф $G^R = \langle N, E^R \rangle$ для построения RDF для исходного G (DF для G^R)

<u>Определение.</u> Вершина m ГПУ *зависит по управлению* от вершины n тогда, и только тогда, когда:

1) существует непустой путь T от n до m, такой что $\forall k \in T - \{n\}: m = Postdom(k)$, т.е. если выполнение программы пошло по пути T, то чтобы достичь $Exit$, оно обязательно пройдет через m.
2) m не является строгим постдоминатором n.

4.3 Постдоминаторы

4.3.3 Зависимость и эквивалентность по управлению. Примеры.



- ◊ Базовый блок может зависеть по управлению сразу от нескольких блоков.
- ◊ Например, **B5** зависит по управлению от **B2** и **B4:**
  - ◊ RDF(B5) = { B2, B4 }
  - ◊ в каждом из этих блоков может быть принято решение о выполнении B5