9. Глобальная нумерация значений

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.1. Вводные замечания

◊ *Нумерация значений* – классический метод анализа и преобразования промежуточного представления (трехадресного кода) в *ОАГ* – ориентированный ациклический граф (лекция 1, п. 1.6.2)

Идея: алгоритм присваивает индивидуальный номер каждому значению, которое будет вычислено во время выполнения компилируемой программы, при этом два выражения e_i и e_j получают один и тот же номер тогда и только тогда, когда удается доказать, что значения выражений e_i и e_j равны для всех возможных значений их операндов.

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.1. Вводные замечания

◊ При построении ОАГ удобно представить его в виде таблицы значений (*ТЗ*), каждая строка ТЗ (массива структур) представляет один узел ОАГ.

◊ Терминальные узлы ОАГ – идентификаторы (**`id`**) переменных, определенных вне рассматриваемого базового блока, и константы (**`nm`**) представляются в ТЗ структурами из двух полей ⟨**`op, ref_ST`**⟩ (ссылка **`ref_ST`** отсылает к таблице символов).

◊ Нетерминальные узлы ОАГ – выражения представляются своими сигнатурами: выражению ⟨**`op, left, right`**⟩, где **`op`** – код операции, а **`left`** и **`right`** – левый и правый операнды, соответствует *сигнатура* ⟨**`op, #left, #right`**⟩,

где **`#left`** и **`#right`** – номера значений левого и правого операндов (если **`op`** – унарная операция, то **`#right`** = 0).

◊ Номер значения – это номер строки ТЗ, в которой находится сигнатура операции, определяющей это значение.

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

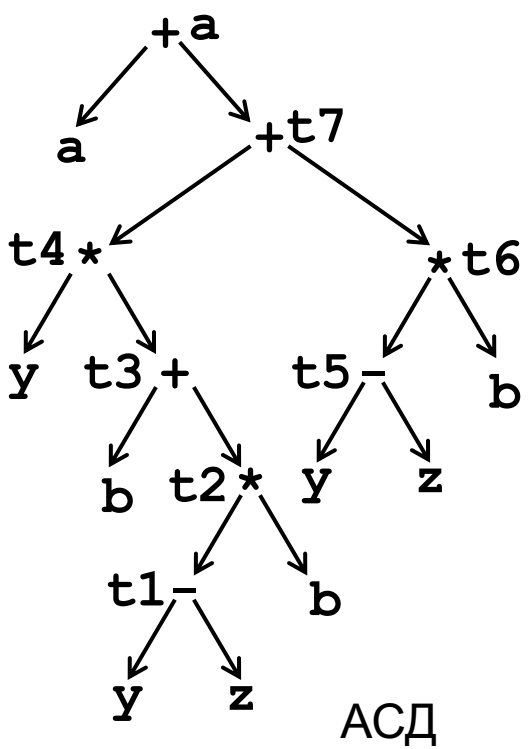
8.1.2 Представление базового блока в виде ориентированного ациклического графа

◊ **Пример**. Выражение в исходном коде:

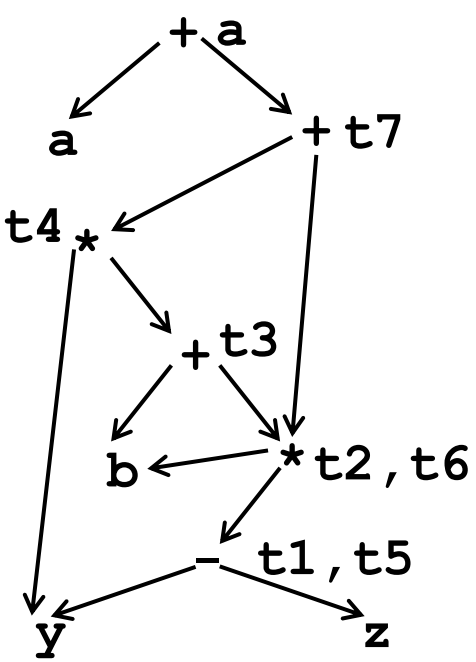
```
a = a + y*(b +(y-z)*b)+(y-z)* b
```

```
t1 ← -, y, z
t2 ← *, t1, b
t3 ← +, b, t2
t4 ← *, y, t3
t5 ← -, y, z
t6 ← *, t5, b
t7 ← +, t4, t6
a  ← +, a, t7
```

Выражение в промежуточном представлении



АСД



ОАГ

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.2 Представление ОАГ в виде таблицы значений

◊ Таблица значений рассматриваемого примера имеет вид:

$t1^5 \leftarrow -, y^3, z^4$
$t2^6 \leftarrow *, t1^5, b^2$
$t3^7 \leftarrow +, b^2, t2^6$
$t4^8 \leftarrow *, y^3, t3^7$
$t5^5 \leftarrow -, y^3, z^4$
$t6^6 \leftarrow *, t5^5, b^2$
$t7^9 \leftarrow +, t4^8, t6^6$
$a^{10} \leftarrow +, a^1, t7^9$

Верхние индексы у идентификаторов – номера соответствующих значений

1	id	ссылка в ТС		a
2	id	ссылка в ТС		b
3	id	ссылка в ТС		y
4	id	ссылка в ТС		z
5	-	3	4	t1, t5
6	*	5	2	t2, t6
7	+	2	6	t3
8	*	3	7	t4
9	+	8	6	t7
10	+	1	9	a
# значения	КОП	# операнда	# операнда	Присоединенные переменные
	Определение значения (сигнатура)			

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.3 Алгоритм построения ТЗ

Алгоритм (на псевдокоде) построения ТЗ для базового блока B, содержащего n инструкций вида $\mathbf{t_i \leftarrow op_i, l_i, r_i}$.

Функция **#val(s)** определяет номер значения, соответствующего сигнатуре **s = (op, #val(l), #val(r)):** .

```
for each "t_i ← op_i, l_i, r_i " do
    s_i = (op_i, #val(l_i), #val(r_i))
    if (ТЗ содержит s_j == s_i)
      then
           вернуть j в качестве значения #val(s_i)
      else
           завести в ТЗ новую строку ТЗ_k
           записать сигнатуру s_i в строку ТЗ_k
           вернуть k в качестве значения #val(s_i)
```

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.3. Модификация подхода

◊ Чтобы ускорить алгоритм нумерации значений для отображения переменных, констант и вычисляемых значений (выражений) на их номера значений используется хэш-таблица.

◊ Для переменных и констант в качестве аргумента функции $\#Val(s)$ используются их имена по таблице символов.

◊ Для выражения вида $op,\ opnd_1,\ opnd_2$ сигнатура (аргумент функции $\#Val(s)$) имеет вид:

$$op,\ \#Val(opnd_1),\ \#Val(opnd_2)$$

где $\#Val(opnd_i)$ – номер значения операнда $opnd_i$,
а op – знак операции (например, $+$).

◊ В инструкциях присваивания и копирования
номер значения правой части становится номером значения левой части.

8.1. Базовый алгоритм локальной нумерации значений

8.1.3 Построение таблицы значений для базового блока

◊ Как уже упоминалось, базовый алгоритм локальной нумерации значений позволяет построить хеш-таблицу значений для каждого базового блока.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.1 Постановка задачи глобальной нумерации значений

- ◊ Известно несколько подходов к построению алгоритма глобальной нумерации значений.
- ◊ Мы хотим получить **алгоритм глобальной нумерации значений**, распространив базовый алгоритм на всю анализируемую процедуру.
- ◊ Первым шагом будет построение таблицы нумерации значений в суперблоке.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.1. Суперблоки (расширенные базовые блоки).

◊ **Определение**. *Суперблок* (или *расширенный базовый блок)* E определяется как множество базовых блоков $B_1, B_2, \ldots, B_n$, где только у блока B_1 может быть несколько предшественников, а каждый из блоков B_i, $2 \le i \le n$ имеет в суперблоке единственного предшественника.

Блоки $B_i \in E$ формируют дерево с корнем B_1.

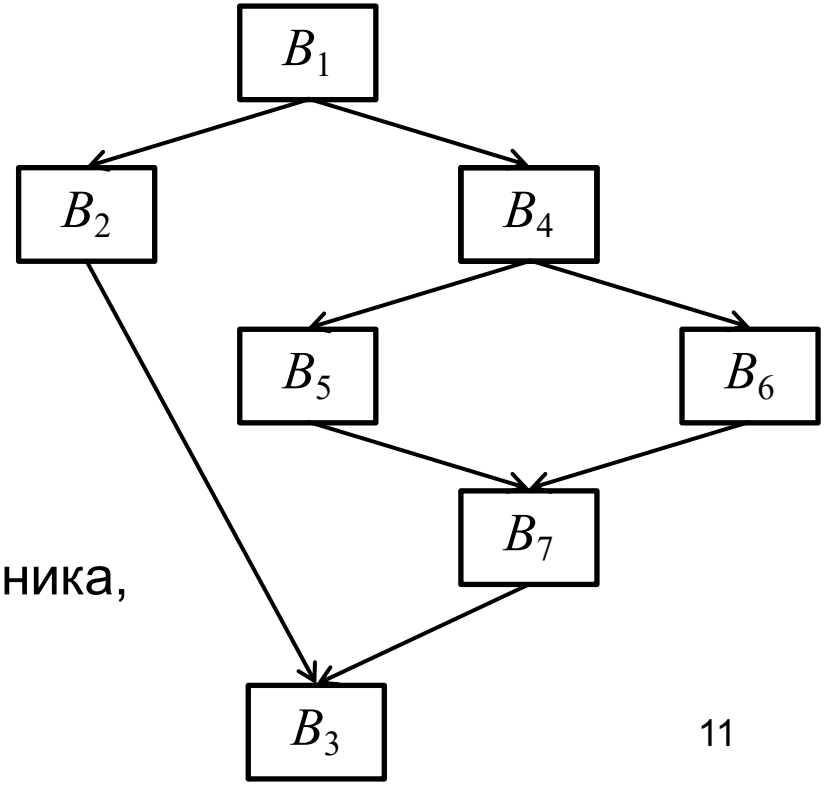
У суперблока E может быть несколько выходов на блоки (или суперблоки), не входящие в состав E.

◊ Алгоритм нумерации значений в суперблоках будем называть *расширенным алгоритмом локальной нумерации значений*.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.1 Суперблоки. Пример.

B_1 $m \leftarrow +, a, b$ $n \leftarrow +, a, b$	B_2 $p \leftarrow +, c, d$ $r \leftarrow +, c, d$	B_3 $y \leftarrow +, a, b$ $z \leftarrow +, c, d$
B_4 $q \leftarrow +, a, b$ $r \leftarrow +, c, d$	B_5 $e \leftarrow +, b, 18$ $s \leftarrow +, a, b$ $u \leftarrow +, e, f$	B_6 $e \leftarrow +, b, 17$ $t \leftarrow +, c, d$ $u \leftarrow +, e, f$
B_7 $v \leftarrow +, a, b$ $w \leftarrow +, c, d$ $x \leftarrow +, e, f$		



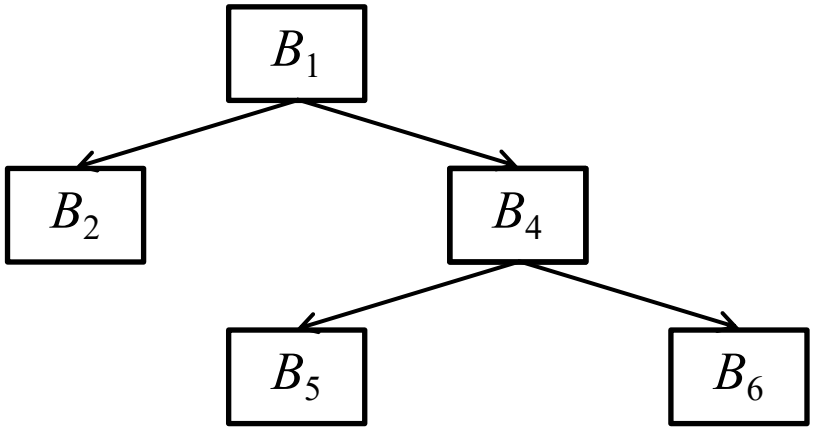
В коде, показанном на рисунке можно выделить три суперблока:

$\{B_1, B_2, B_4, B_5, B_6\}$, $\{B_7\}$ и $\{B_3\}$.

Блоки B_7 и B_3 имеют по два предшественника, поэтому их нельзя включить в суперблок больших размеров.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.3.1 Суперблоки. Пример.



B_1	$m \leftarrow +, a, b$ $n \leftarrow +, a, b$	B_2	$p \leftarrow +, c, d$ $r \leftarrow +, c, d$		
B_4	$q \leftarrow +, a, b$ $r \leftarrow +, c, d$	B_5	$e \leftarrow +, b, 18$ $s \leftarrow +, a, b$ $u \leftarrow +, e, f$	B_6	$e \leftarrow +, b, 17$ $t \leftarrow +, c, d$ $u \leftarrow +, e, f$

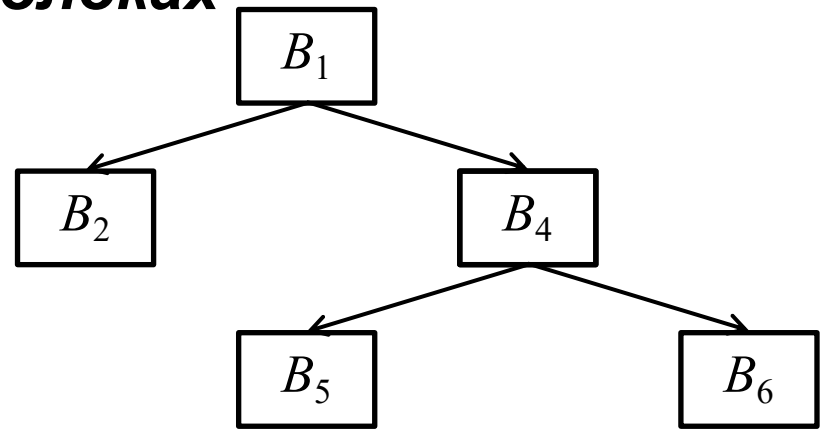
В суперблоке $\{B_1, B_2, B_4, B_5, B_6\}$ можно выделить три пути:

$\{B_1, B_2\}$, $\{B_1, B_4, B_5\}$ и $\{B_1, B_4, B_6\}$.

Пронумеруем значения вдоль каждого из этих путей.

8.3. Нумерация значений в суперблоках

8.3.1 Суперблоки. Пример.



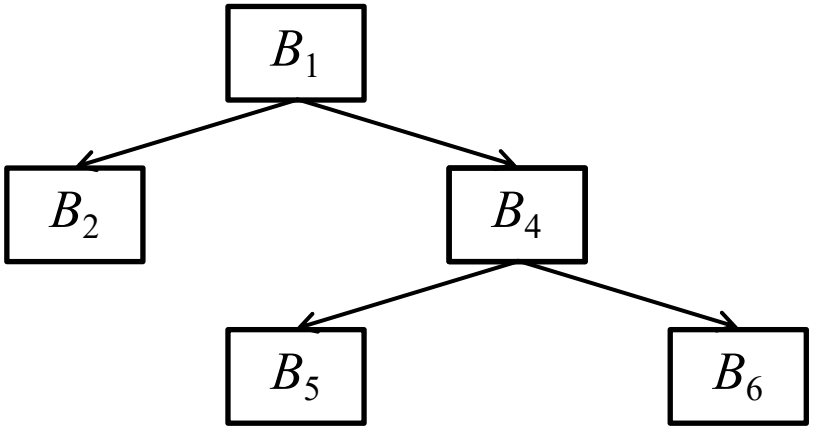
B_1	$m \leftarrow +, a, b$ $n \leftarrow +, a, b$	B_2	$p \leftarrow +, c, d$ $r \leftarrow +, c, d$		
B_4	$q \leftarrow +, a, b$ $r \leftarrow +, c, d$	B_5	$e \leftarrow +, b, 18$ $s \leftarrow +, a, b$ $u \leftarrow +, e, f$	B_6	$e \leftarrow +, b, 17$ $t \leftarrow +, c, d$ $u \leftarrow +, e, f$

а) Путь $\{B_1, B_4, B_5\}$:

- строится (хэш) таблица нумерации значений для блока B_1
- таблица нумерации значений для пути $\{B_1, B_4\}$ строится как продолжение таблицы для блока B_1
- таблица нумерации значений для пути $\{B_1, B_4, B_5\}$ строится как продолжение таблицы для пути $\{B_1, B_4\}$
- путь $\{B_1, B_4, B_5\}$ рассматривается как единый базовый блок

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.1 Суперблоки. Пример.



B_1	$m \leftarrow +, a, b$ $n \leftarrow +, a, b$	B_2	$p \leftarrow +, c, d$ $r \leftarrow +, c, d$		
B_4	$q \leftarrow +, a, b$ $r \leftarrow +, c, d$	B_5	$e \leftarrow +, b, 18$ $s \leftarrow +, a, b$ $u \leftarrow +, e, f$	B_6	$e \leftarrow +, b, 17$ $t \leftarrow +, c, d$ $u \leftarrow +, e, f$

б) Путь $\{B_1, B_4, B_6\}$:

- ТЗ для пути $\{B_1, B_4, B_6\}$ строится как продолжение ТЗ для пути $\{B_1, B_4\}$. Путь $\{B_1, B_4, B_6\}$ можно рассматривать как единый базовый блок

в) Путь $\{B_1, B_2\}$:

- ТЗ для пути $\{B_1, B_2\}$ строится как продолжение ТЗ для блока B_1

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.2 Контекстные таблицы значений (КТЗ)

◊ ТЗ, строящиеся внутри суперблоков, являются *контекстными* в том смысле, что они учитывают уже построенные ТЗ своих доминаторов.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.2 Контекстные таблицы значений (КТЗ)

- ТЗ, строящиеся внутри суперблоков, являются *контекстными* в том смысле, что они учитывают уже построенные ТЗ своих доминаторов.
- Чтобы нумерация значений над суперблоками была эффективной, компилятор должен повторно использовать результаты для блоков, которые входят в несколько путей:
  - После обработки ТЗ для $\{B_1, B_4, B_5\}$ необходимо воссоздать состояние ТЗ в конце обработки $\{B_1, B_4\}$, чтобы можно было использовать ТЗ для $\{B_1, B_4\}$ при обработке B_6 из $\{B_1, B_4, B_6\}$.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.2 Контекстные таблицы значений (КТЗ)

- ТЗ, строящиеся внутри суперблоков, являются *контекстными* в том смысле, что они учитывают уже построенные ТЗ своих доминаторов.
- Чтобы нумерация значений над суперблоками была эффективной, компилятор должен повторно использовать результаты для блоков, которые входят в несколько путей:
  - После обработки ТЗ для $\{B_1, B_4, B_5\}$ необходимо воссоздать состояние ТЗ в конце обработки $\{B_1, B_4\}$, чтобы можно было использовать ТЗ для $\{B_1, B_4\}$ при обработке B_6 из $\{B_1, B_4, B_6\}$.
  - Оценка размера ТЗ для каждого контекста (очевидная): в рассматриваемом промежуточном представлении (последовательность трехадресных инструкций) число имен не может более чем в три раза превышать число инструкций, так как в инструкции может использоваться не более трех имен. Это соображение позволяет сразу выделить достаточно памяти под каждую ТЗ, исключив возможность переполнения ТЗ.

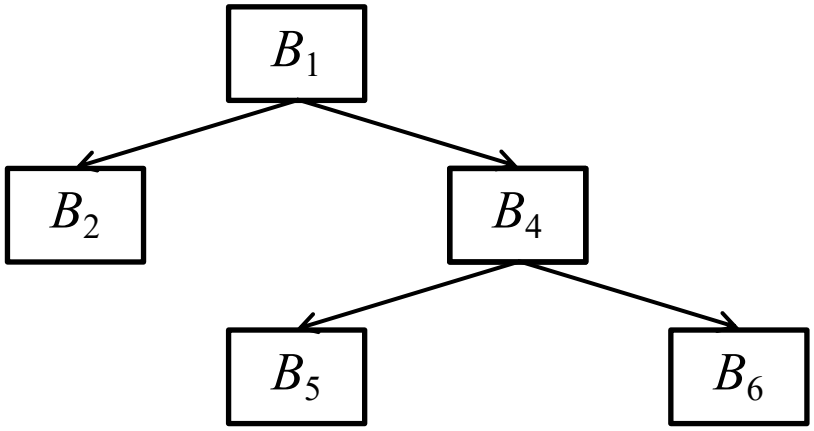
8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.2 Контекстные таблицы значений (КТЗ)

◊ Обеспечивается это, естественно, с помощью стека:

В нашем примере сначала в стеке строится ТЗ для B_1, потом – КТЗ (контекстная ТЗ) для B_2, как продолжение ТЗ для B_1, потом выталкивается КТЗ для B_2, и на ее месте строится КТЗ для $\{B_1, B_4\}$, которая потом превращается в КТЗ для $\{B_1, B_4, B_5\}$ и т.д., пока не будут обойдены все блоки.

Объединенные КТЗ образуют *текущий контекст*.



После того как будут обработаны все пути из суперблока $\{B_1, B_2, B_4, B_5, B_6\}$, будут обработаны блоки B_7 и B_3. При их обработке **не удастся использовать** ТЗ других блоков, так как каждый из них достижим по двум путям, что приведет к путанице при объединении ТЗ.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.3 Затруднение

◊ Если в нескольких базовых блоках, входящих в состав суперблока (например, в блоках B_1 и B_4), определяются номера значений одной и той же переменной (используется одно и то же имя переменной) результат его определения в одном блоке (B_4) может попасть в контекст, связанный с другим блоком (B_1).

◊ В этом случае, при удалении ТЗ блока B_4 из стека, в ТЗ для B_1 могут сохраниться записи об этой переменной. Так как такую возможность необходимо учесть в алгоритме нумерации значений, алгоритм усложнится.

◊ Описанного затруднения легко избежать, если выполнять нумерацию значений для суперблоков в SSA-форме: тогда каждое имя будет определяться только один раз, и описанные конфликты невозможны.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.3 Затруднение

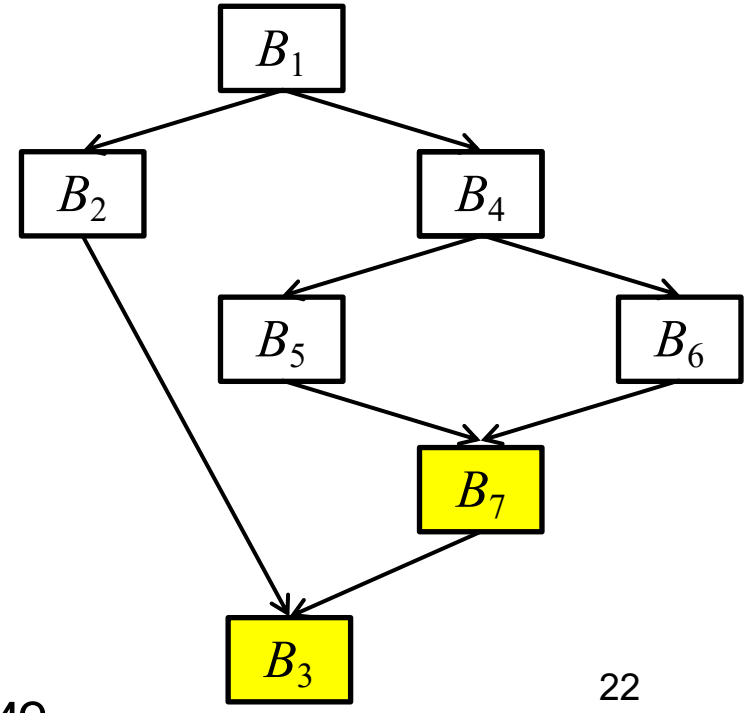
◊ Кроме того, *присоединенные переменные* (переменные, соответствующие одному и тому же значению в ТЗ) могут находиться в разных блоках, но попасть в одну и ту же строку блока-доминатора.

◊ Такую ситуацию также можно предусмотреть: присоединенные переменные можно хранить в отдельной таблице со строками вида $<Var, \#Val>$, реализующей отображение переменных на значения из ТЗ, и для каждого контекста (т.е. рассматриваемого пути в ГПУ) «достраивать» собственную часть этой таблицы, а также очищать ее при возврате в пред. контекст (так же, как это делается с ТЗ).

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.4 Контекстные таблицы значений и SSA-форма

B_1 $m_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $n_0 \leftarrow +, a_0, b_0$	B_2 $p_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $r_0 \leftarrow +, c_0, d_0$	B_3 $r_2 \leftarrow \varphi(r_0, r_1)$ $y_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $z_0 \leftarrow +, c_0, d_0$
B_4 $q_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $r_1 \leftarrow +, c_0, d_0$	B_5 $e_0 \leftarrow +, b_0, 18$ $s_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $u_0 \leftarrow +, e_0, f_0$	B_6 $e_1 \leftarrow +, b_0, 17$ $t_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $u_1 \leftarrow +, e_1, f_0$
B_7 $e_2 \leftarrow \varphi(e_0, e_1)$ $u_2 \leftarrow \varphi(u_0, u_1)$ $v_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $w_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $x_0 \leftarrow +, e_2, f_0$		



◊ *SSA*-форма обладает двумя важными свойствами:

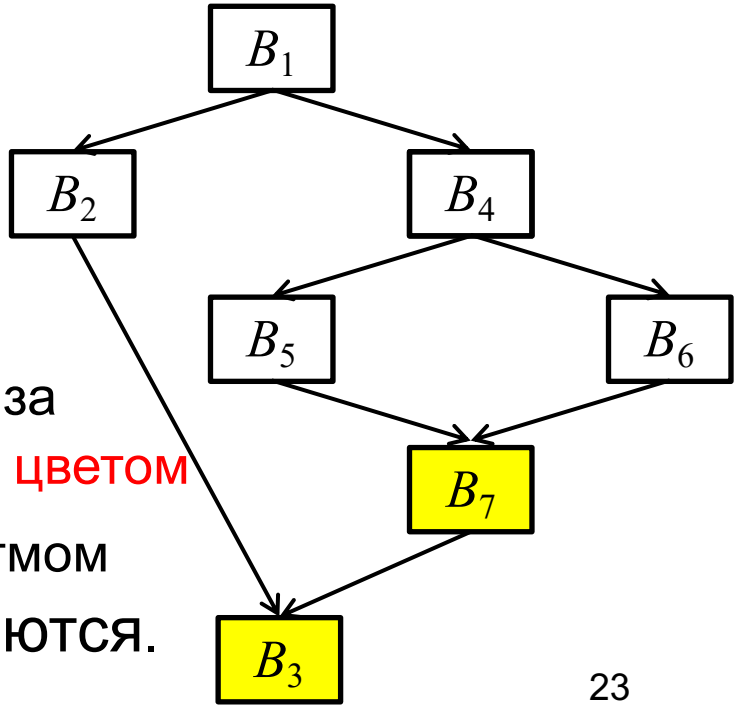
(1) каждое имя определяется только в одной инструкции

(2) каждое использование значения ссылается только на одно определение.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.4 Контекстные таблицы значений и SSA-форма

B_1 $m_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $n_0 \leftarrow +, a_0, b_0$	B_2 $p_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $r_0 \leftarrow +, c_0, d_0$	B_3 $r_2 \leftarrow \varphi(r_0, r_1)$ $y_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $z_0 \leftarrow +, c_0, d_0$
B_4 $q_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ • $r_1 \leftarrow +, c_0, d_0$	B_5 $e_0 \leftarrow +, b_0, 18$ $s_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ • $u_0 \leftarrow +, e_0, f_0$	B_6 $e_1 \leftarrow +, b_0, 17$ $t_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ • $u_1 \leftarrow +, e_1, f_0$
B_7 $e_2 \leftarrow \varphi(e_0, e_1)$ $u_2 \leftarrow \varphi(u_0, u_1)$ $v_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $w_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $x_0 \leftarrow +, e_2, f_0$		

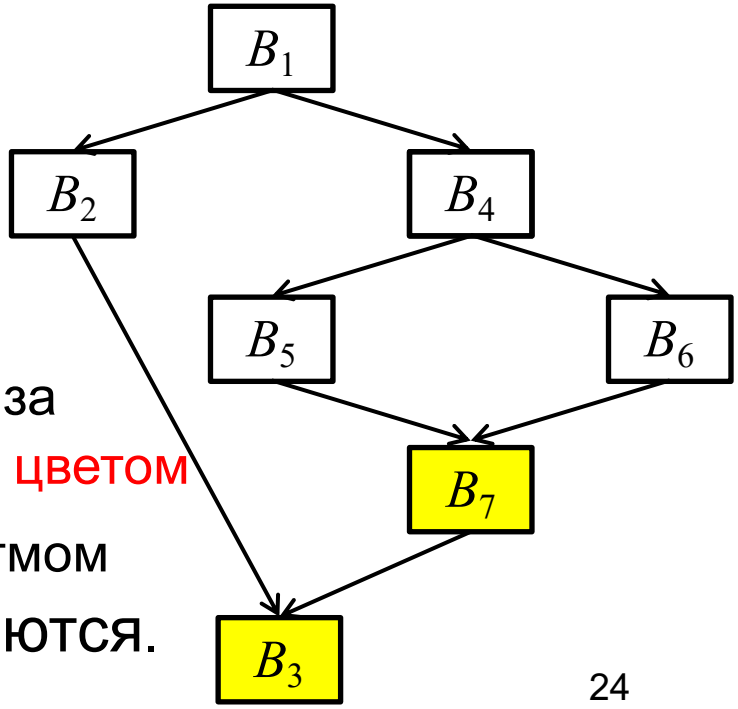


- ◊ Инструкции, удаляемые алгоритмом анализа суперблоков, выделены подчеркиванием и цветом
- ◊ Инструкции, помеченные знаком •, алгоритмом локальной нумерации значений не удаляются.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.4 Контекстные таблицы значений и SSA-форма

B_1 $m_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $n_0 \leftarrow m_0$	B_2 $p_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $r_0 \leftarrow p_0$	B_3 $r_2 \leftarrow \varphi(r_0, r_1)$ $y_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $z_0 \leftarrow +, c_0, d_0$
B_4 $q_0 \leftarrow m_0$ • $r_1 \leftarrow +, c_0, d_0$	B_5 $e_0 \leftarrow +, b_0, 18$ $s_0 \leftarrow m_0$ • $u_0 \leftarrow +, e_0, f_0$	B_6 $e_1 \leftarrow +, b_0, 17$ $t_0 \leftarrow r_1$ • $u_1 \leftarrow +, e_1, f_0$
B_7 $e_2 \leftarrow \varphi(e_0, e_1)$ $u_2 \leftarrow \varphi(u_0, u_1)$ $v_0 \leftarrow +, a_0, b_0$ $w_0 \leftarrow +, c_0, d_0$ $x_0 \leftarrow +, e_2, f_0$		



- ◊ Инструкции, удаляемые алгоритмом анализа суперблоков, выделены подчеркиванием и цветом
- ◊ Инструкции, помеченные знаком •, алгоритмом локальной нумерации значений не удаляются.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.5 Оценка расширенного алгоритма локальной нумерации значений

- Расширенный алгоритм локальной нумерации значений отлично работает внутри суперблока. Однако, при переходе от одного суперблока к другому он пропускает некоторые избыточности.
- В рассматриваемом примере:
  - B_3 и B_7 составляют отдельные суперблоки, поэтому вычисления $a_0 + b_0$ и $c_0 + d_0$ в блоках B_7 и B_3 не рассматриваются алгоритмом вместе с вычислениями в других блоках и не распознаются как избыточные, хотя на самом деле они избыточны.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.5 Оценка расширенного алгоритма локальной нумерации значений

- Расширенный алгоритм локальной нумерации значений отлично работает внутри суперблока. Однако, при переходе от одного суперблока к другому он пропускает некоторые избыточности.
- В рассматриваемом примере:
  - B_3 и B_7 составляют отдельные суперблоки, поэтому вычисления $a_0 + b_0$ и $c_0 + d_0$ в блоках B_7 и B_3 не рассматриваются алгоритмом вместе с вычислениями в других блоках и не распознаются как избыточные, хотя на самом деле они избыточны.
  - Выражение $e + f$ является доступным в блоке B_7: $e + f$ вычисляется на любом пути, достигающем блока B_7, и ни e, ни f не переопределяются до вычисления в B_7. Если бы не SSA-индексы, и если бы B_7 входил в суперблок, $e + f$ могло бы посчитаться избыточным и было бы исключено, хотя это неверно. SSA позволяет избежать этой ошибки.

8.2. Нумерация значений в суперблоках

8.2.5 Оценка расширенного алгоритма локальной нумерации значений

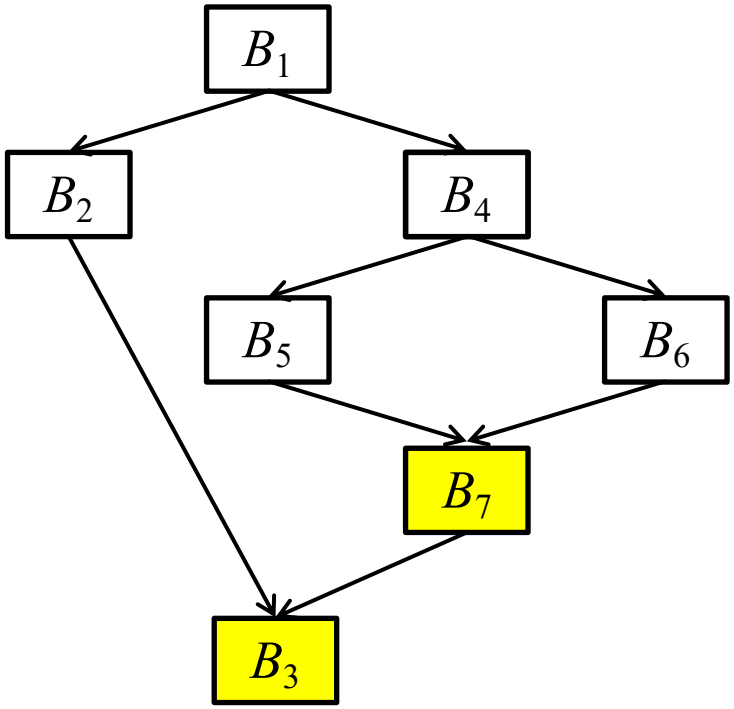
◊ Несмотря на перечисленные недостатки, расширенный алгоритм заслуживает применения:
он позволяет найти намного больше избыточностей, чем локальный алгоритм, за минимальные дополнительные накладные расходы.

◊ Использование механизма контекстно-ориентированных ТЗ позволяет существенно сократить накладные расходы на работу с суперблоками.

8.3 Глобальная нумерация значений

8.3.1 Необходимость обработки точек сбора

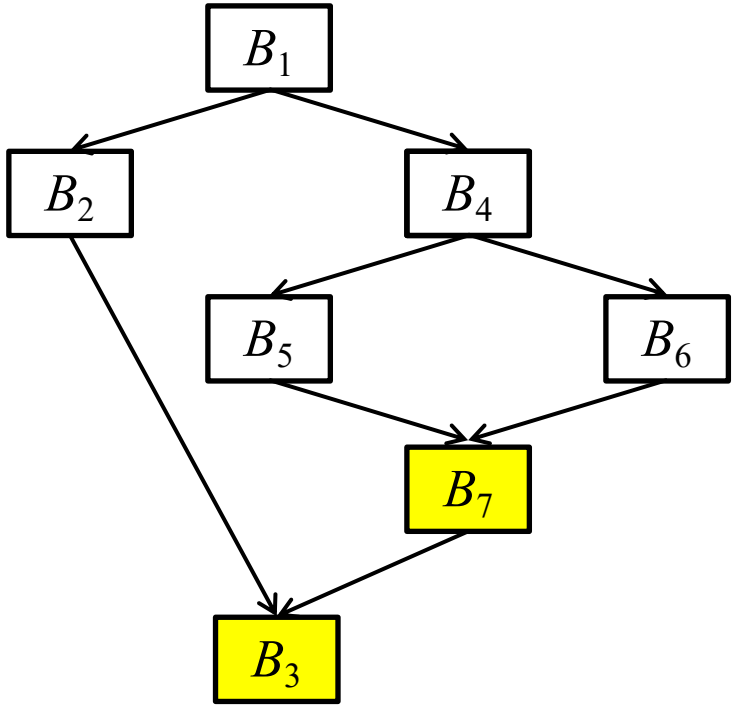
- Расширенный алгоритм локальной нумерации значений пропускает некоторые избыточности, так как он удаляет **всю** таблицу значений, когда достигает блока, имеющего в ГПУ более одного предшественника (в нашем примере это блоки B_7 и B_3).
- Нужен алгоритм, который может распространять информацию через точки сбора графа потока (в нашем примере это переходы от B_5 и B_6 к B_7, и от B_2 и B_7 к B_3).



8.3 Глобальная нумерация значений

8.3.2 Проблема точек сбора

- Для нумерации значений в блоке B_7, расширенный алгоритм не может использовать ТЗ для пути $\{B_1, B_4, B_5\}$, так как при этом не учитывается путь от B_6 к B_7 .
- Алгоритм не может использовать ТЗ для пути $\{B_1, B_4, B_6\}$, так как при этом не учитывается путь от B_5 к B_7.
- Алгоритм не может слить ТЗ для B_5 и B_6, так как операция слияния унифицирует номера значений, полученные вдоль непересекающихся путей. При унификации не учитывается, что, например, вычисления $e + f$ в B_5 и B_6 могут иметь разные номера значений.



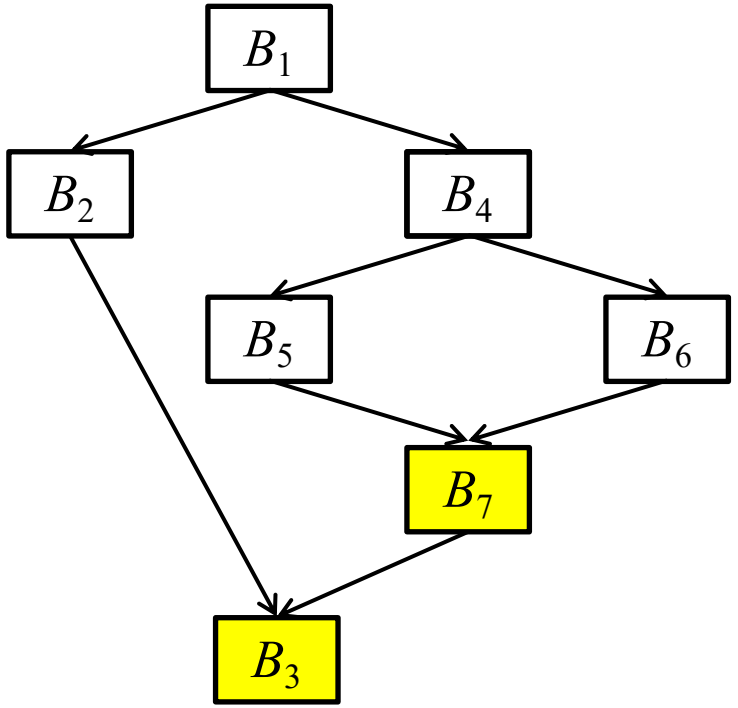
8.3 Глобальная нумерация значений

8.3.3 Обработка точек сбора

◊ ТЗ, которую алгоритм может использовать для блока B_7, существует: оба пути, достигающие B_7 ($\{B_1, B_4, B_5\}$ и $\{B_1, B_4, B_6\}$), имеют общее начало $\{B_1, B_4\}$.

Следовательно, алгоритм может использовать ТЗ для B_4 (она содержит в себе таблицу для B_1) в качестве начального состояния ТЗ для B_7.

Легко видеть, что $B_4 = Idom\ (B_7)$.
Следовательно для глобальной нумерации значений можно использовать **дерево доминаторов**, визуализирующее отношение $Idom$.



8.3 Глобальная нумерация значений

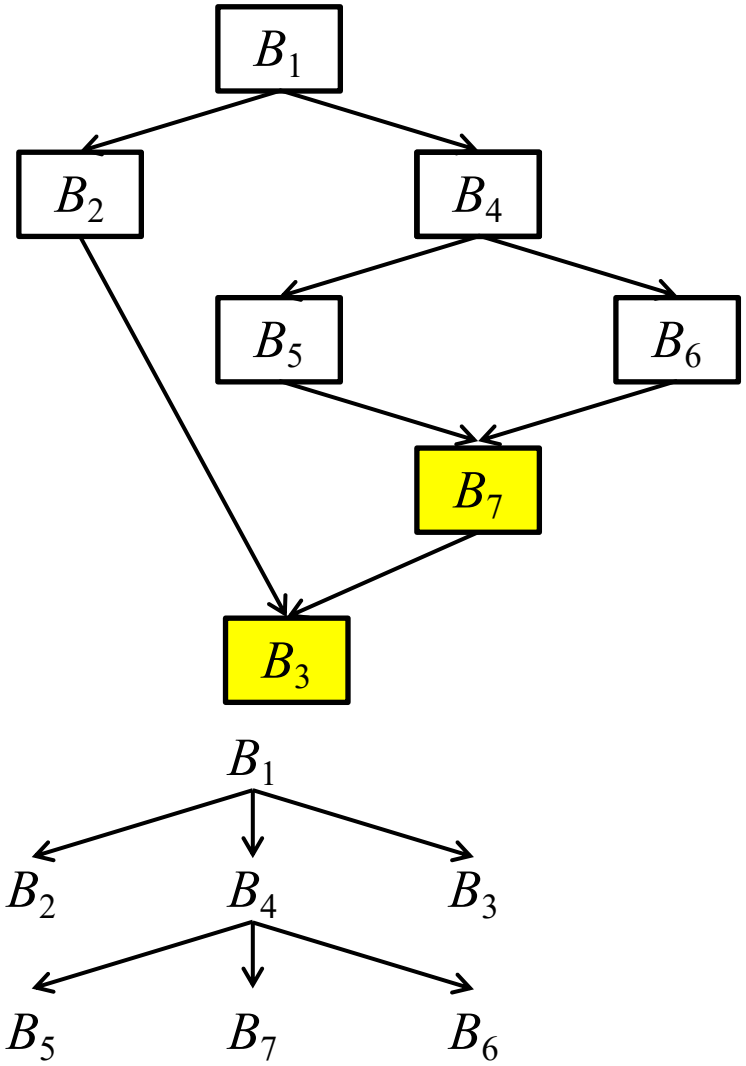
8.3.3 Обработка точек сбора

◊ ТЗ, которую алгоритм может использовать для блока B_7, существует: оба пути, достигающие B_7 ($\{B_1, B_4, B_5\}$ и $\{B_1, B_4, B_6\}$), имеют общее начало $\{B_1, B_4\}$.

Следовательно, алгоритм может использовать ТЗ для B_4 (она содержит в себе таблицу для B_1) в качестве начального состояния ТЗ для B_7.

Легко видеть, что $B_4 = Idom\ (B_7)$.

Следовательно для глобальной нумерации значений можно использовать **дерево доминаторов**, визуализирующее отношение $Idom$.



Дерево доминаторов

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.1 Вводные замечания

- ◊ Алгоритм *DBGVN* (*Dominator Based Global Value Numbering*) выполняет нумерацию значений процедуры с помощью рекурсивного обхода ее дерева доминаторов.
- ◊ ТЗ каждого базового блока инициализируется информацией, полученной при нумерации значений его родителя по дереву доминаторов.
- ◊ Для упрощения реализации алгоритма, *SSA*-имя первого вхождения выражения (на данном пути по дереву доминаторов) становится его номером значения. Это позволяет обойтись без массива имен, так как каждый номер значения – это аналог *SSA*-имени.
- ◊ Когда обнаруживается избыточное вычисление выражения, компилятор удаляет операцию, и заменяет все использования указанного *SSA*-имени на номер значения этого выражения.

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.1 Вводные замечания

- Замена SSA-имени на номер значения вычисляющего его выражения допустима в следующих двух ситуациях:
  - Номер значения может заместить избыточное вычисление выражения в любом блоке, доминатором которого является блок, в котором в первый раз вычисляется это выражение.
  - Номер значения может заместить избыточное вычисление, результат которого является параметром φ-узла, входящего в состав границы доминирования блока, в котором в первый раз вычисляется это выражение.
- **Обработка φ-функций**. Прежде, чем компилятор сможет анализировать φ-функцию в блоке, он должен присвоить номера значений всем ее входам. Это возможно не всегда.

  В частности, любой вход φ-функции, значение которого приходит по обратному ребру (относительно дерева доминаторов) не может иметь номера значения.

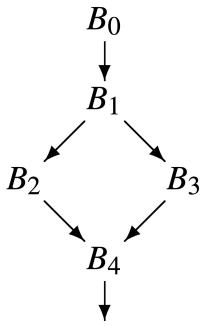
8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

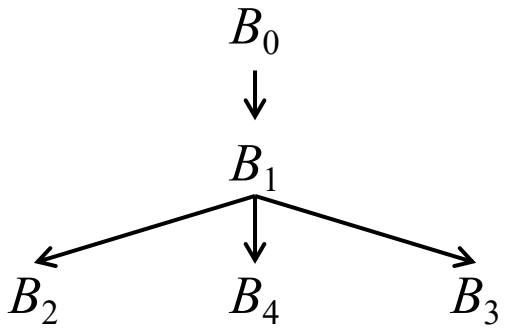
8.4.2 Обработка φ-функций

◊ При попадании алгоритма в блок всем параметрам φ-функций этого блока, *которые будут использоваться*, уже присвоены номера значений:

1. Процедура $DBGVN$ рекурсивно обходит дерево доминаторов. Так как в доминируемом блоке для нумерации значений может быть использована информация только из его доминаторов, то порядок обхода потомков одного уровня (*siblings*) в дереве доминаторов не важен (см. рисунок ниже).

2. Некоторые аргументы φ-функций могут еще не иметь номера значения в ТЗ. Такое возможно из-за обратных входных ребер.





8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.2 Обработка φ-функций

- Если φ-функция бессмысленна или избыточна, она должна быть удалена:
  - φ-функция *бессмысленна* если все ее входы имеют одинаковый номер значения. При удалении бессмысленной φ-функции ссылки на ее результат заменяются номером значения ее входов.
  - φ-функция избыточна, если она вычисляет то же самое значение, что и другая φ-функция в том же блоке.

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.3 Рекурсивный алгоритм глобальной нумерации значений

◊**Вход**: (1) граф потока управления $\langle N, E \rangle$, дерево доминаторов DT

(2) множество Val значений переменных, констант и выражений

◊**Выход**: отображение VN: $Val \to N \cup \{0\}$ (N – множество натуральных чисел), ставящее в соответствие каждому значению его номер: натуральное число или 0.

◊**Метод**: Применить к корню DT рекурсивную процедуру $DBGVN$ (*Dominator Based Global Value Numbering*)

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.4 Рекурсивная процедура *DBGVN* (на псевдокоде)

(1) Обработка φ-функций

procedure DBGVN(Block B)

Отметить начало новой области имен

// Обработка φ-функций

for each p ∈ B, где p – φ-функция вида "$n \leftarrow \varphi(\ldots)$"

if p бессмысленна или избыточна

поместить номер значения **p** в **VN[n]**

удалить **p**

else

VN[n] ← n;

добавить **p** в ТЗ

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.4 Рекурсивная процедура $DBGVN$ (на псевдокоде)

(2) Обработка остальных инструкций

`procedure DBGVN(Block B)` // (продолжение)

`for each a∈B` где a – присваивание вида "$x \leftarrow op, y, z$"

заменить y на $VN[y]$ и z на $VN[z]$

пусть $expr \leftarrow op, y, z$

`if` $expr$ может быть упрощено до $expr'$

Заменить a на "$x \leftarrow expr'$"

$expr \leftarrow expr'$

`if` $expr$ имеется в ТЗ с номером v

$VN[x] \leftarrow v$

Удалить a

`else` Добавить $expr$ в ТЗ с номером x: $VN[x] \leftarrow x$

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.4 Рекурсивная процедура $DBGVN$ (на псевдокоде)

(3) Окончание обработки блока B и переход к обработке его дочерних блоков (по дереву доминаторов)

procedure DBGVN(Block B) // (продолжение)

for each $s \in Succ(B)$

скорректировать входы φ-функций в s

// т.е. заменить имена аргументов на значения из ТЗ

for each дочернего блока c узла B по дереву доминаторов

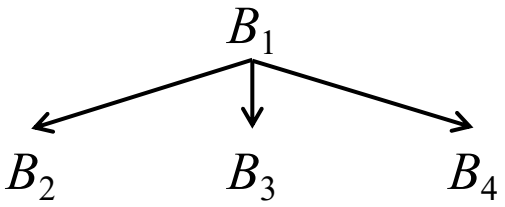
$DBGVN(c)$ // рекурсивный вызов

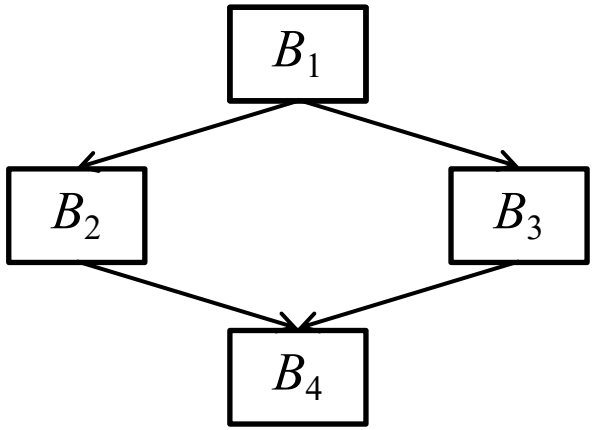
Очистить ТЗ при выходе из области (стек)

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

◊ Применим алгоритм к фрагменту кода на рисунке. Порядок обработки определяется деревом доминаторов





◊ Обработка **блока B_1**.
Переменным u_0, v_0, и w_0 в качестве номеров значений будут присвоены их SSA-имена $\langle u_0 \rangle$, $\langle v_0 \rangle$, и $\langle w_0 \rangle$

v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	
y_0	
u_1	
x_1	
y_1	
u_2	
x_2	
y_2	
z_0	
u_3	

B_1 $u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	B_2 $x_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $y_0 \leftarrow c_0 + d_0$
B_3 $u_1 \leftarrow a_0 + b_0$ $x_1 \leftarrow e_0 + f_0$ $y_1 \leftarrow e_0 + f_0$	B_4 $u_2 \leftarrow \phi(u_0, u_1)$ $x_2 \leftarrow \phi(x_0, x_1)$ $y_2 \leftarrow \phi(y_0, y_1)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$ $u_3 \leftarrow a_0 + b_0$

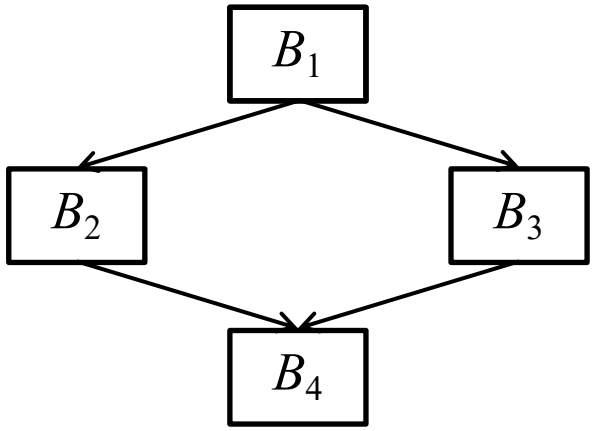
После обработки B_1

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

◊ Обработка **блока B_2**.

Выражение $c_0 + d_0$ определено в блоке B_1, доминаторе B_2. Поэтому в B_2 можно удалить оба присваивания, присвоив x_0 и y_0 номер значения $\langle v_0 \rangle$. Необходимо также подготовится к обработке блока B_4, заменив параметры ϕ-функций u_0, x_0, и y_0 номерами их значений $\langle u_0 \rangle$, $\langle v_0 \rangle$, и $\langle v_0 \rangle$.



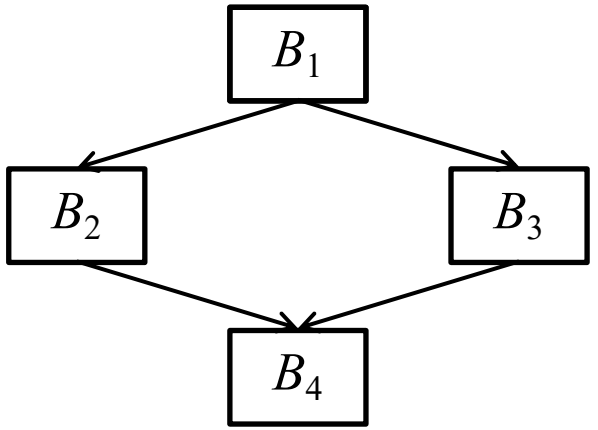
v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	
x_1	
y_1	
u_2	
x_2	
y_2	
z_0	
u_3	

B_1 $u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	B_2
B_3 $u_1 \leftarrow a_0 + b_0$ $x_1 \leftarrow e_0 + f_0$ $y_1 \leftarrow e_0 + f_0$	B_4 $u_2 \leftarrow \phi(\langle u_0 \rangle, u_1)$ $x_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, x_1)$ $y_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, y_1)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$ $u_3 \leftarrow a_0 + b_0$

После обработки B_2

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма



◊ Обработка **блока B_3**.

Все три выражения в правых частях уже вычислены в B_1, доминаторе B_3

Поэтому переменным u_1, x_1 и y_1 присваиваются номера значений $\langle u_0 \rangle$, $\langle w_0 \rangle$ и $\langle w_0 \rangle$ соответственно
и удалить присваивания.

В заключение обработки B_3, необходимо заполнить вторые параметры φ-функций из B_4 номерами значений $\langle u_0 \rangle$, $\langle w_0 \rangle$ и $\langle w_0 \rangle$.

v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	$\langle u_0 \rangle$
x_1	$\langle w_0 \rangle$
y_1	$\langle w_0 \rangle$
u_2	
x_2	
y_2	
z_0	
u_3	

B_1	B_2
$u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	
B_3	B_4 $u_2 \leftarrow \phi(\langle u_0 \rangle, \langle u_0 \rangle)$ $x_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $y_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$ $u_3 \leftarrow a_0 + b_0$

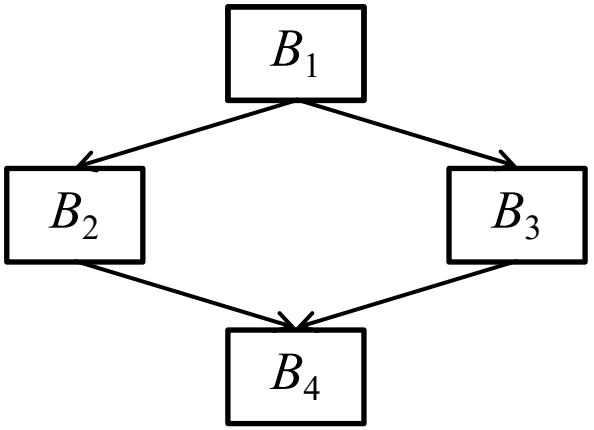
После обработки B_3

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

- ◊ Обработка **блока B_4**.
- ◊ Сначала исследуются ϕ-функции.
- ◊ φ-функция, определяющая u_2, **бессмысленна**: оба ее параметра равны $\langle u_0 \rangle$.

  φ-функция исключается, а u_2 присваивается номер значения $\langle u_0 \rangle$.



v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	$\langle u_0 \rangle$
x_1	$\langle w_0 \rangle$
y_1	$\langle w_0 \rangle$
u_2	$\langle u_0 \rangle$
x_2	
y_2	
z_0	
u_3	

B_1 $u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	B_2
B_3	B_4 $x_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $y_2 \leftarrow \phi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$ $u_3 \leftarrow a_0 + b_0$

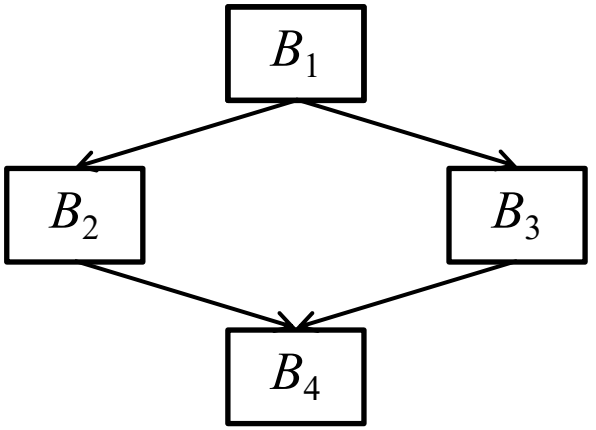
После обработки первой φ-функции

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

- ◊ Обработка **блока B_4**.
- ◊ Вторая φ-функция имеет параметры v_0 и w_0. Это первое вхождение φ-функции с такими параметрами. Ее значению x_2 в качестве номера значения присваивается ее *SSA-имя*.
- ◊ φ-функция, определяющая y_2 **избыточна**, так как y_2 равно x_2. Поэтому эта φ-функция исключается, а y_2 присваивается номер значения $\langle x_2 \rangle$.

v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	$\langle u_0 \rangle$
x_1	$\langle w_0 \rangle$
y_1	$\langle w_0 \rangle$
u_2	$\langle u_0 \rangle$
x_2	$\langle x_2 \rangle$
y_2	$\langle x_2 \rangle$
z_0	
u_3	



B_1	B_2
$u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	
B_3	B_4 $x_2 \leftarrow \varphi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$ $u_3 \leftarrow a_0 + b_0$

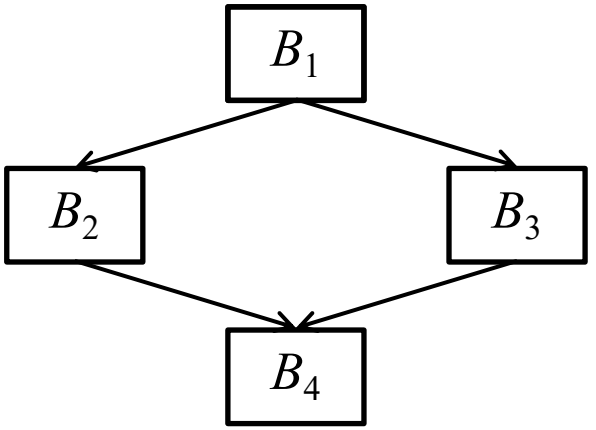
После обработки φ-функций

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

- ◊ Обработка **блока B_4**.
- ◊ Обработка присваиваний.
- ◊ После подстановки вместо каждого операнда номера его значения для правой части присваивания z_0 получится номер значения $\# = \langle u_0 \rangle + \langle x_2 \rangle$.
- ◊ Присваивание u_3 избыточно (номер значения его правой части такой же, как у правой части присваивания u_0 в блоке B_1. Поэтому это присваивание исключается, а u_3 присваивается номер значения $\langle u_0 \rangle$.

v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	$\langle u_0 \rangle$
x_1	$\langle w_0 \rangle$
y_1	$\langle w_0 \rangle$
u_2	$\langle u_0 \rangle$
x_2	$\langle x_2 \rangle$
y_2	$\langle x_2 \rangle$
z_0	$\#$
u_3	$\langle u_0 \rangle$



B_1 $u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	B_2
B_3	B_4 $x_2 \leftarrow \varphi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $z_0 \leftarrow u_2 + y_2$

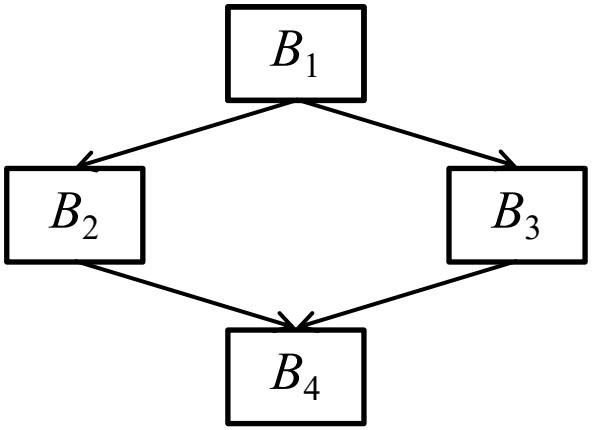
После обработки B_4

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Пример применения алгоритма

- ◊ Обработка **блока B_4**.
- ◊ Обработка присваиваний.
- ◊ После подстановки вместо каждого операнда номера его значения для правой части присваивания z_0 получится номер значения $\# = \langle u_0 \rangle + \langle x_2 \rangle$.
- ◊ Присваивание u_3 избыточно (номер значения его правой части такой же, как у правой части присваивания u_0 в блоке B_1. Поэтому это присваивание исключается, а u_3 присваивается номер значения $\langle u_0 \rangle$.

v	$\#val(v)$
u_0	$\langle u_0 \rangle$
v_0	$\langle v_0 \rangle$
w_0	$\langle w_0 \rangle$
x_0	$\langle v_0 \rangle$
y_0	$\langle v_0 \rangle$
u_1	$\langle u_0 \rangle$
x_1	$\langle w_0 \rangle$
y_1	$\langle w_0 \rangle$
u_2	$\langle u_0 \rangle$
x_2	$\langle x_2 \rangle$
y_2	$\langle x_2 \rangle$
z_0	$\#$
u_3	$\langle u_0 \rangle$



B_1	B_2
$u_0 \leftarrow a_0 + b_0$ $v_0 \leftarrow c_0 + d_0$ $w_0 \leftarrow e_0 + f_0$	
B_3	B_4 $x_2 \leftarrow \varphi(\langle v_0 \rangle, \langle w_0 \rangle)$ $z_0 \leftarrow \langle u_0 \rangle + \langle x_2 \rangle$

После обработки B_4

8.4 Алгоритм глобальной нумерации значений

8.4.5 Заключительные замечания

- Алгоритм глобальной нумерации значений был описан для программ, уже переведенных в SSA-форму. Однако, **можно включить нумерацию значений в процесс конструирования** SSA.
- В результате включения нумерации значений в процесс конструирования SSA повышается производительность оптимизатора, так как:
  - сокращается объем выполняемой работы
  - уменьшается размер SSA-формы программы.
- Алгоритм глобальной нумерации значений объединяется с алгоритмом переименования переменных при построении SSA-формы.
  В данном курсе этот объединенный алгоритм не рассматривается.