6. Оптимизация циклов

6.1. Выделение естественных циклов

6.1.1 Классификация дуг ГПУ

- Дуги ГПУ, являющиеся дугами и его остовного дерева, называются *наступающими* (*остовными*)
- Дуги ГПУ, не являющиеся дугами его остовного дерева, но имеющие такое же направление, что и остовные (при любой нумерации DFST), называются *прямыми*.
- Дуги ГПУ, направленные противоположно остовным, называются *отступающими* (*обратно направленными*).
- Обратно направленная дуга ГПУ $\langle B_i, B_k \rangle$ называется *обратной*, если $B_k = Dom(B_i)$
- Остальные дуги ГПУ называются *поперечными*.
  Поперечные дуги соединяют различные поддеревья остовного дерева и в «обычных» программах не встречаются.

6.1. Выделение естественных циклов

6.1.1 Определение естественного цикла

- **Определение**. *Естественным циклом* называется цикл со следующими свойствами:
  - Цикл имеет единственный входной узел, называемый его *заголовком*,
  - Существует обратное ребро, ведущее в заголовок цикла

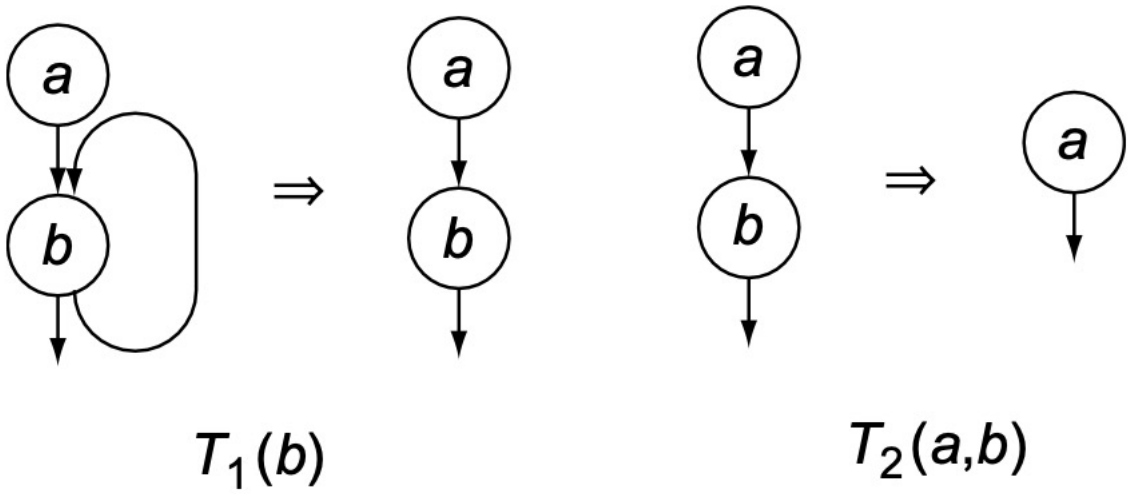
- **Определение**. *Естественный цикл обратного ребра* $\langle B_i, B_k \rangle$ составляют узел B_k (*заголовок цикла*) и все узлы ГПУ, из которых можно достичь узла B_i, не проходя через узел B_k. (эти узлы составляют *тело цикла*).

6.1. Выделение естественных циклов

6.1.1.1 Определение приводимости цикла

- **Определение 1 (Cooper et al.)**

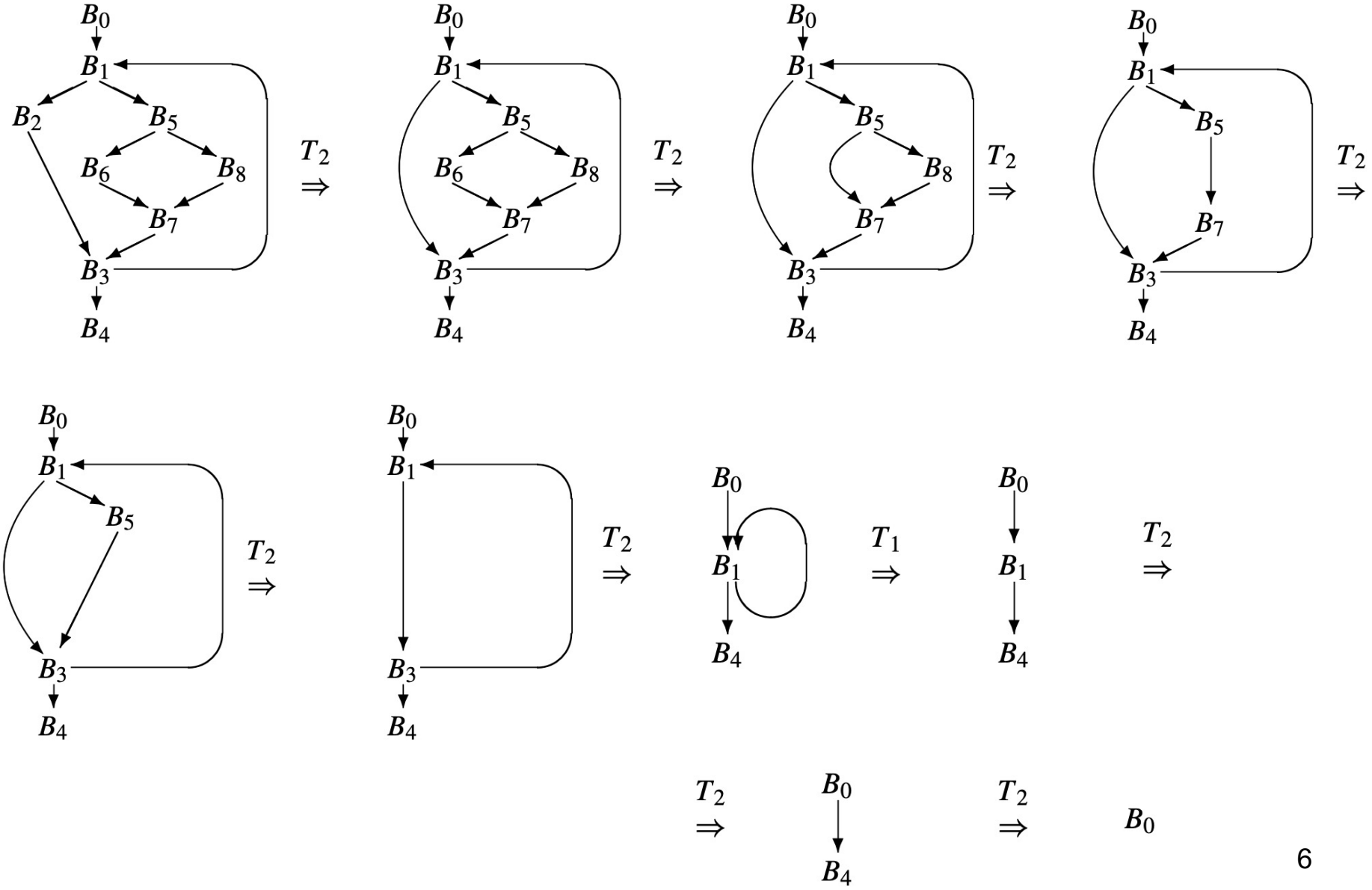
  Граф потока называется *приводимым* (*reducible*), если применение преобразований T_1 и T_2 сводит его к одному узлу (преобразования могут быть применены многократно в любом порядке).



- ***T₁*: удаляет обратную дугу в цикле, состоящем из одной вершины**
- ***T₂*: сворачивает узел *b* с единственным предком, присоединяя его к *a*.** При этом дуга ***(a, b)*** удаляется, а также а становится источником дуг, исходивших из ***b***. Если при этом возникает несколько дуг из ***a*** в некоторый узел ***n***, они объединяются.

6.1. Выделение естественных циклов

6.1.1.1 Определение приводимости цикла



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.1.1 Определение приводимости цикла

- **Определение 2 (Dragon book)**.

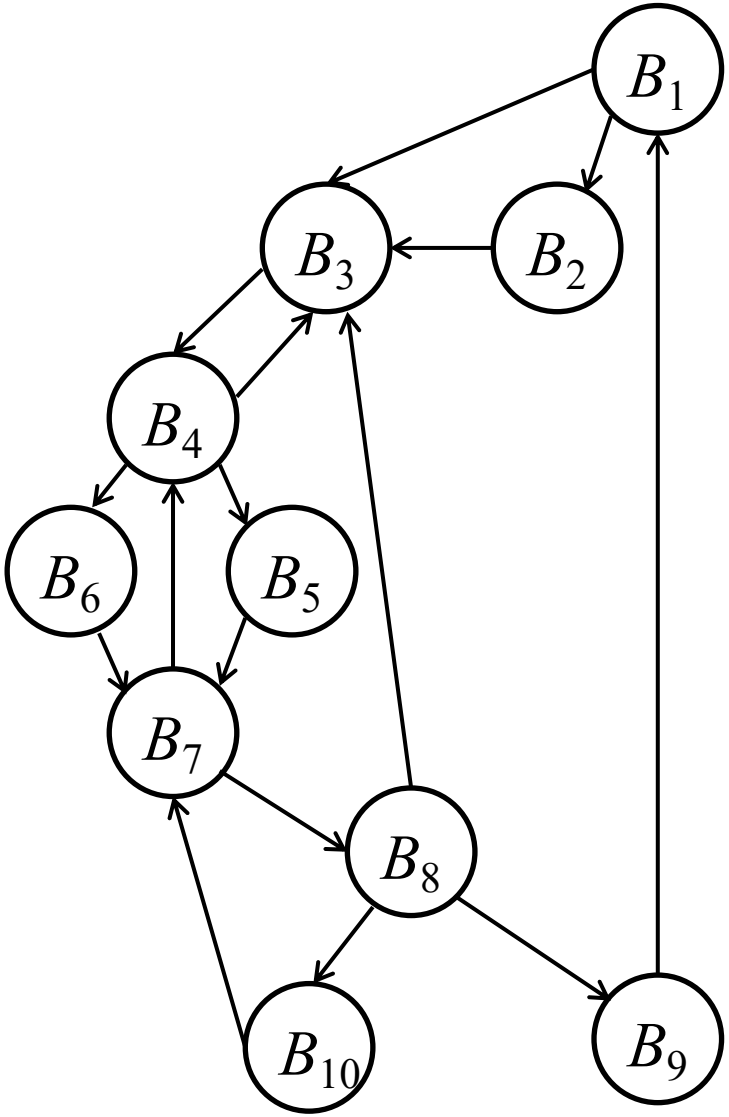
  Граф потока называется *приводимым* (*reducible*), если все его отступающие ребра в любом DFST являются обратными

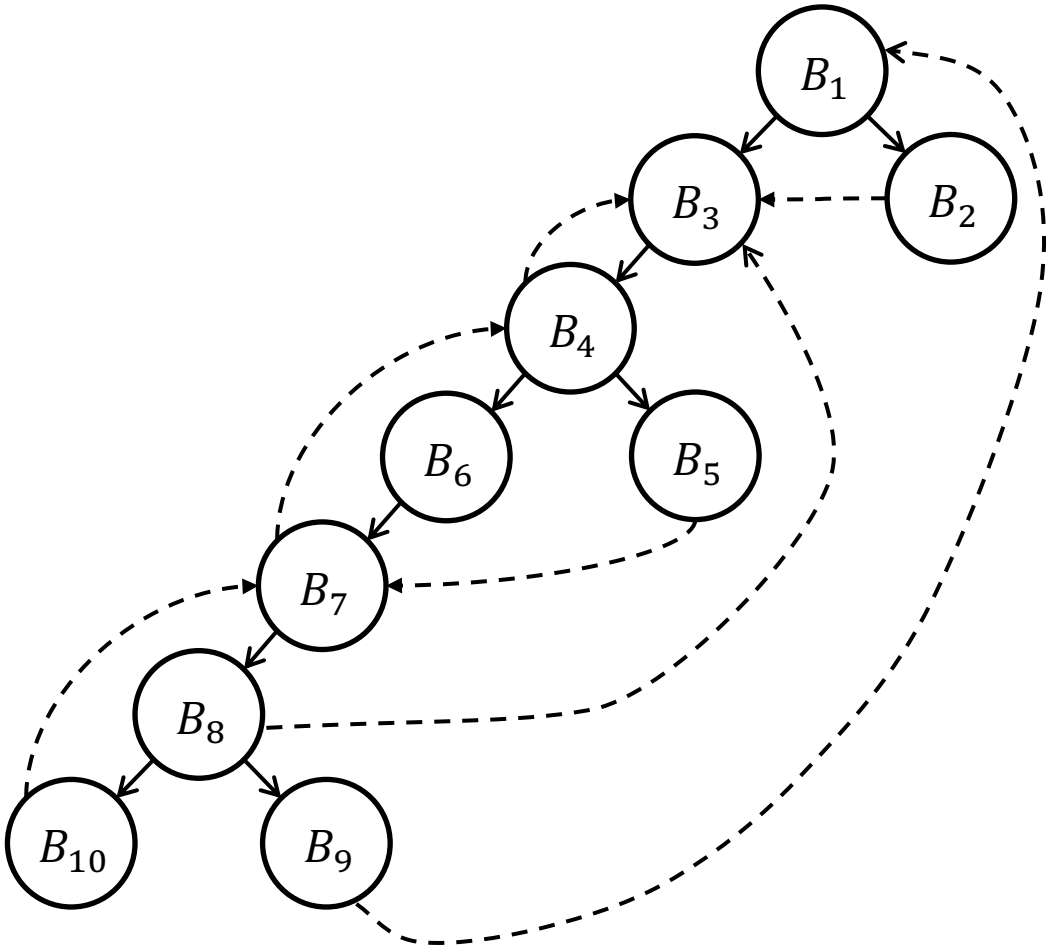
  Если граф приводим, то все его DFST имеют одно и то же множество отступающих ребер, в точности совпадающее с множеством обратных ребер

  Если граф не приводим, то все обратные ребра в любом DFST являются отступающими, но каждое DFST имеет дополнительные отступающие ребра, не являющиеся обратными

6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.

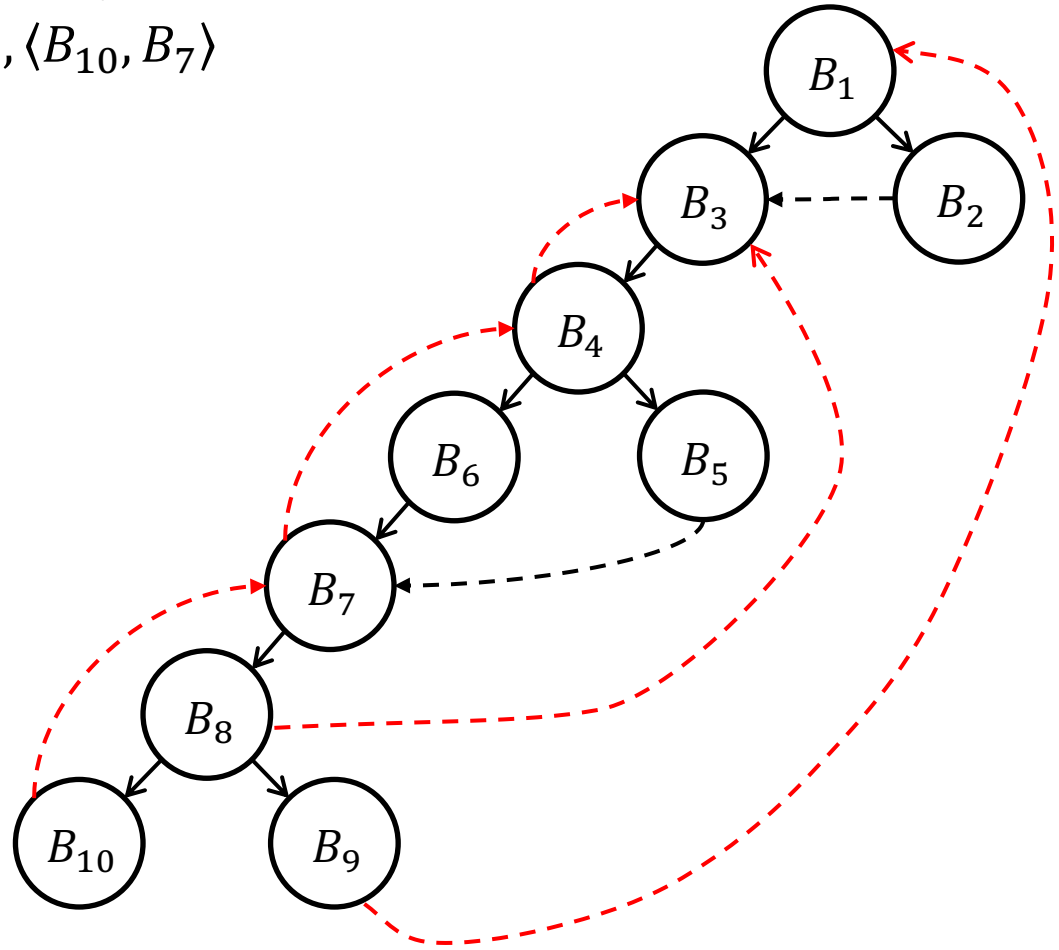




6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.

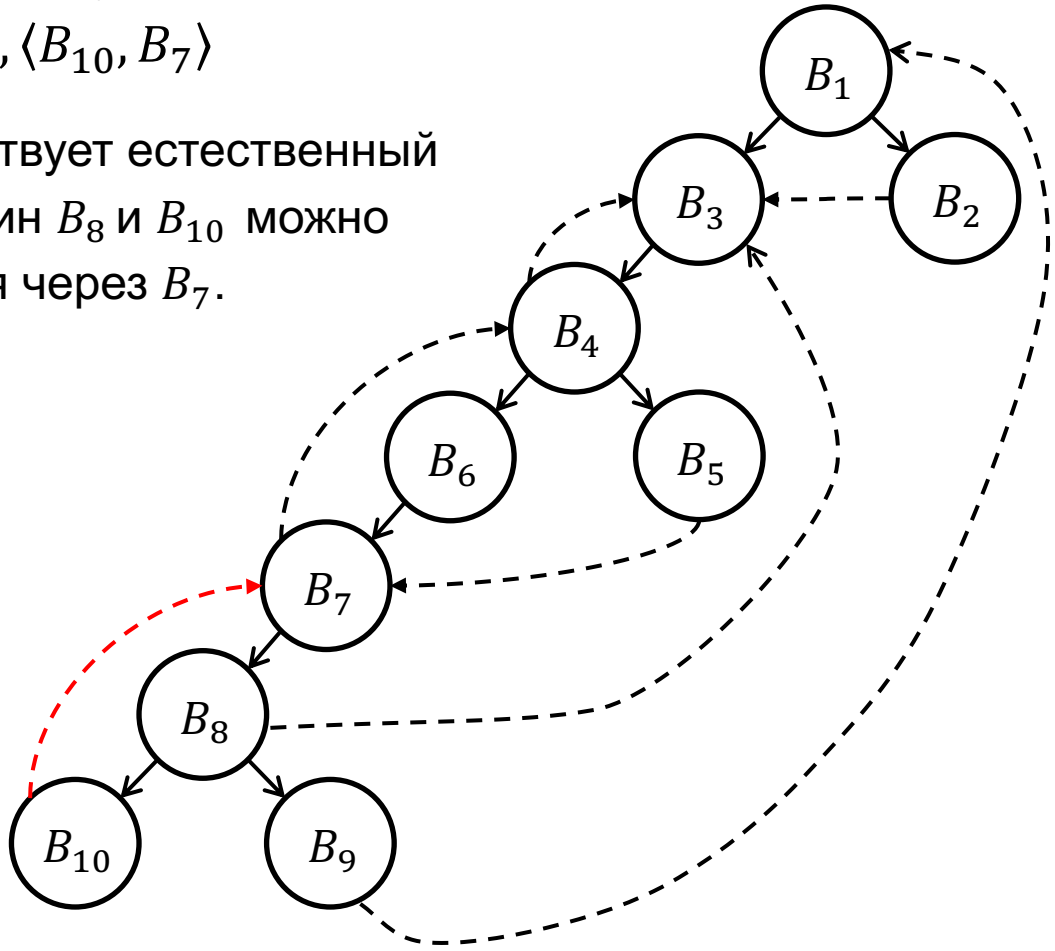
- На рисунке справа – пять обратных дуг:
  $\langle B_4, B_3 \rangle, \langle B_7, B_4 \rangle, \langle B_8, B_3 \rangle, \langle B_9, B_1 \rangle, \langle B_{10}, B_7 \rangle$



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.

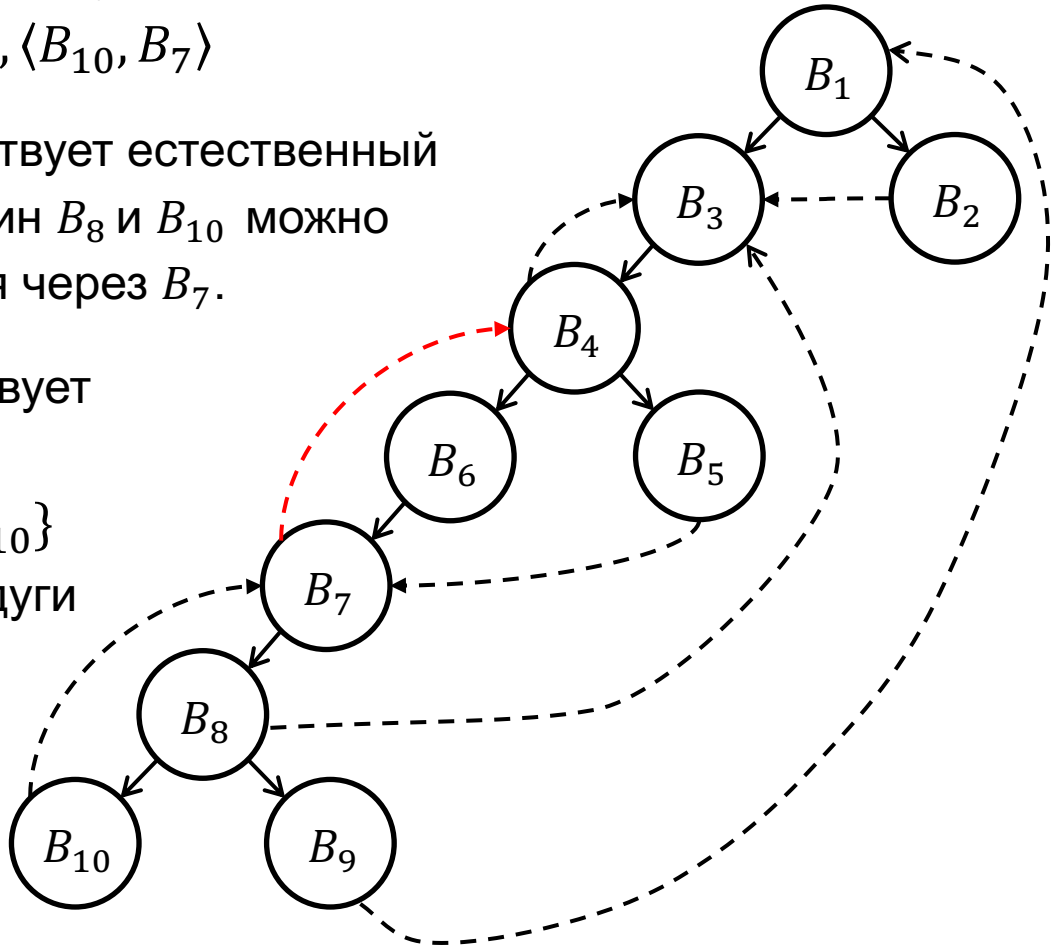
- На рисунке справа – пять обратных дуг:
  $\langle B_4, B_3\rangle, \langle B_7, B_4\rangle, \langle B_8, B_3\rangle, \langle B_9, B_1\rangle, \langle B_{10}, B_7\rangle$
- Обратной дуге $\langle B_{10}, B_7\rangle$ соответствует естественный цикл $\{B_7, B_8, B_{10}\}$, так как из вершин B_8 и B_{10} можно достичь вершины B_{10}, не проходя через B_7.



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.

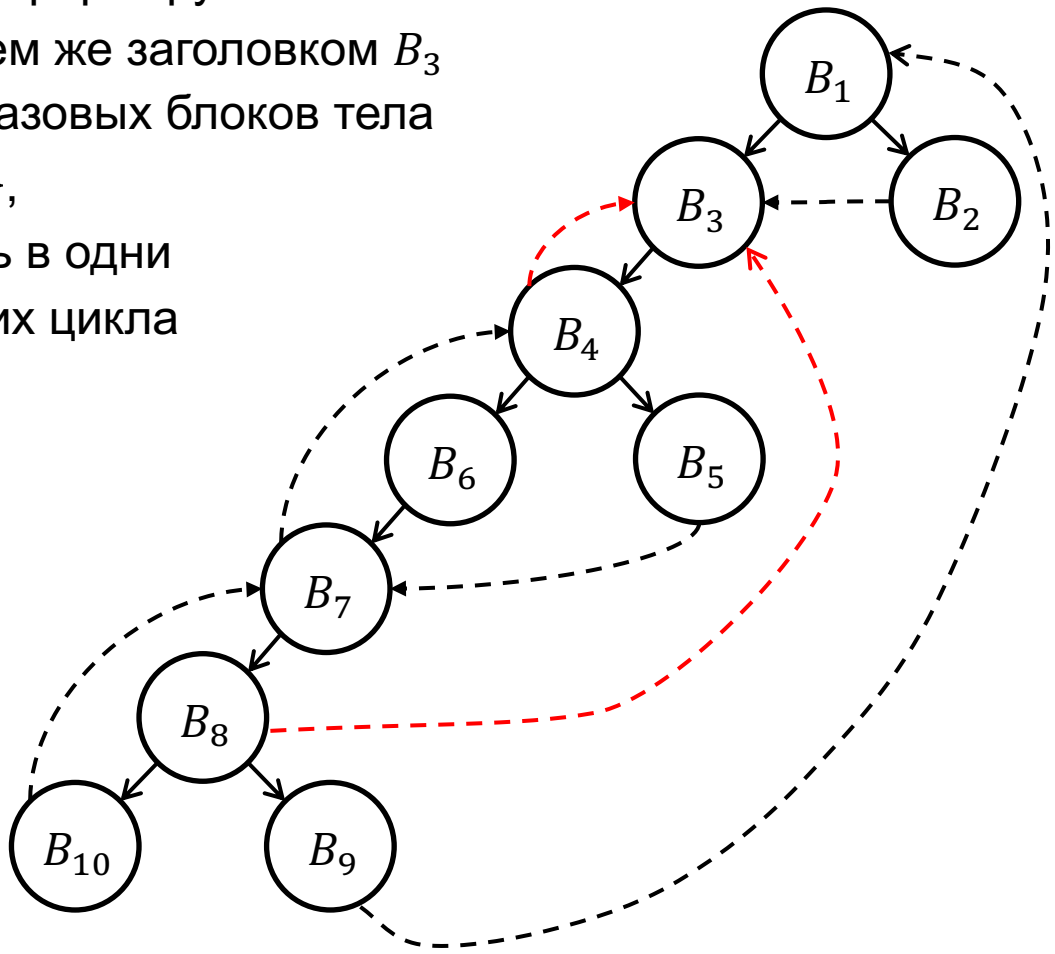
- На рисунке справа – пять обратных дуг:
  $\langle B_4, B_3\rangle, \langle B_7, B_4\rangle, \langle B_8, B_3\rangle, \langle B_9, B_1\rangle, \langle B_{10}, B_7\rangle$
- Обратной дуге $\langle B_{10}, B_7\rangle$ соответствует естественный цикл $\{B_7, B_8, B_{10}\}$, так как из вершин B_8 и B_{10} можно достичь вершины B_{10}, не проходя через B_7.
- Обратной дуге $\langle B_7, B_4\rangle$ соответствует естественный цикл
  $$\{B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_{10}\}$$
  Этот цикл включает в себя цикл дуги $\langle B_{10}, B_7\rangle$, который является вложенным циклом



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.

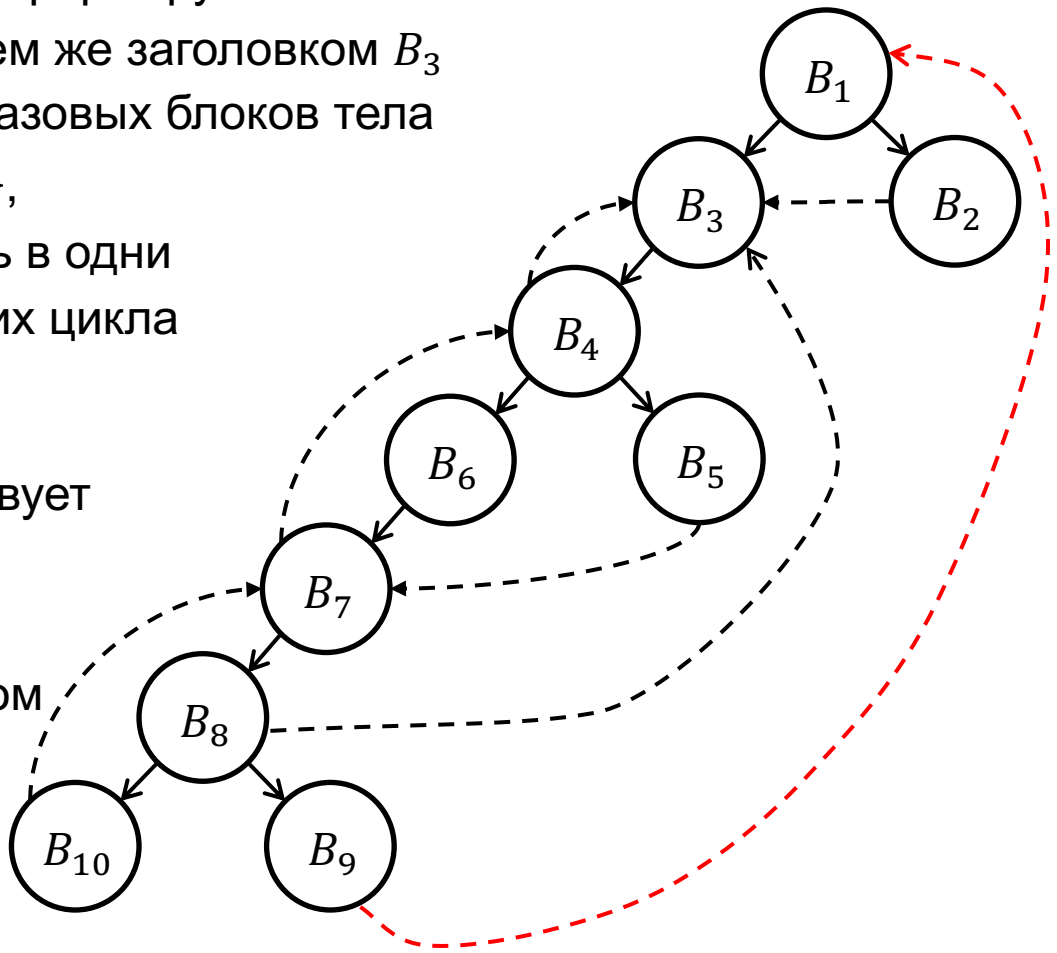
- Обратные дуги $\langle B_4, B_3 \rangle$ и $\langle B_8, B_3 \rangle$ формируют естественные циклы с одним и тем же заголовком B_3 и совпадающими множествами базовых блоков тела циклов $\{B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_{10}\}$, поэтому циклы нужно объединить в одни
  Этот цикл содержит 2 предыдущих цикла ($\langle B_{10}, B_7 \rangle$, $\langle B_7, B_4 \rangle$)



6.1. Выделение естественных циклов

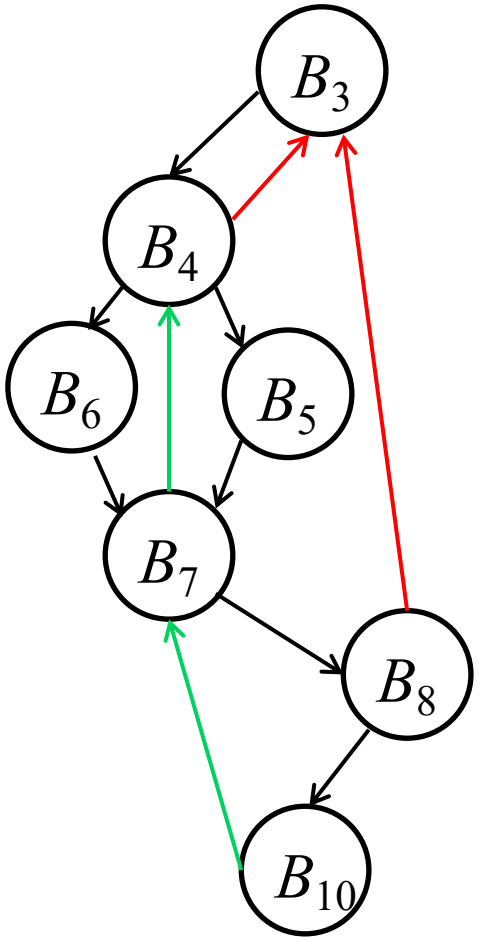
6.1.2 Естественные циклы. Пример.

- Обратные дуги $\langle B_4, B_3 \rangle$ и $\langle B_8, B_3 \rangle$ формируют естественные циклы с одним и тем же заголовком B_3 и совпадающими множествами базовых блоков тела циклов $\{B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_{10}\}$, поэтому циклы нужно объединить в одни
  Этот цикл содержит 2 предыдущих цикла ($\langle B_{10}, B_7 \rangle$, $\langle B_7, B_4 \rangle$)
- Обратной дуге $\langle B_9, B_1 \rangle$ соответствует естественный цикл, содержащий весь граф потока целиком, поэтому является внешним циклом

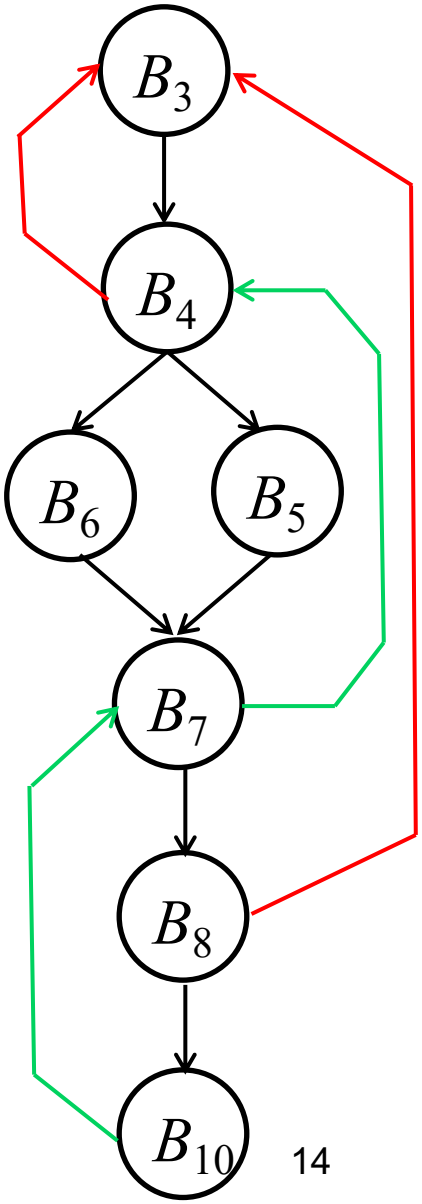


6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Примеры естественных циклов

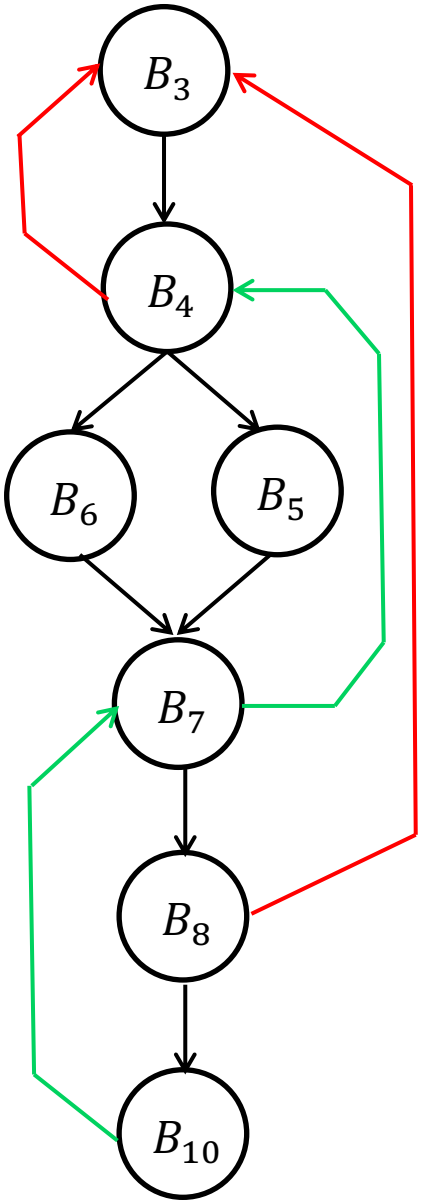


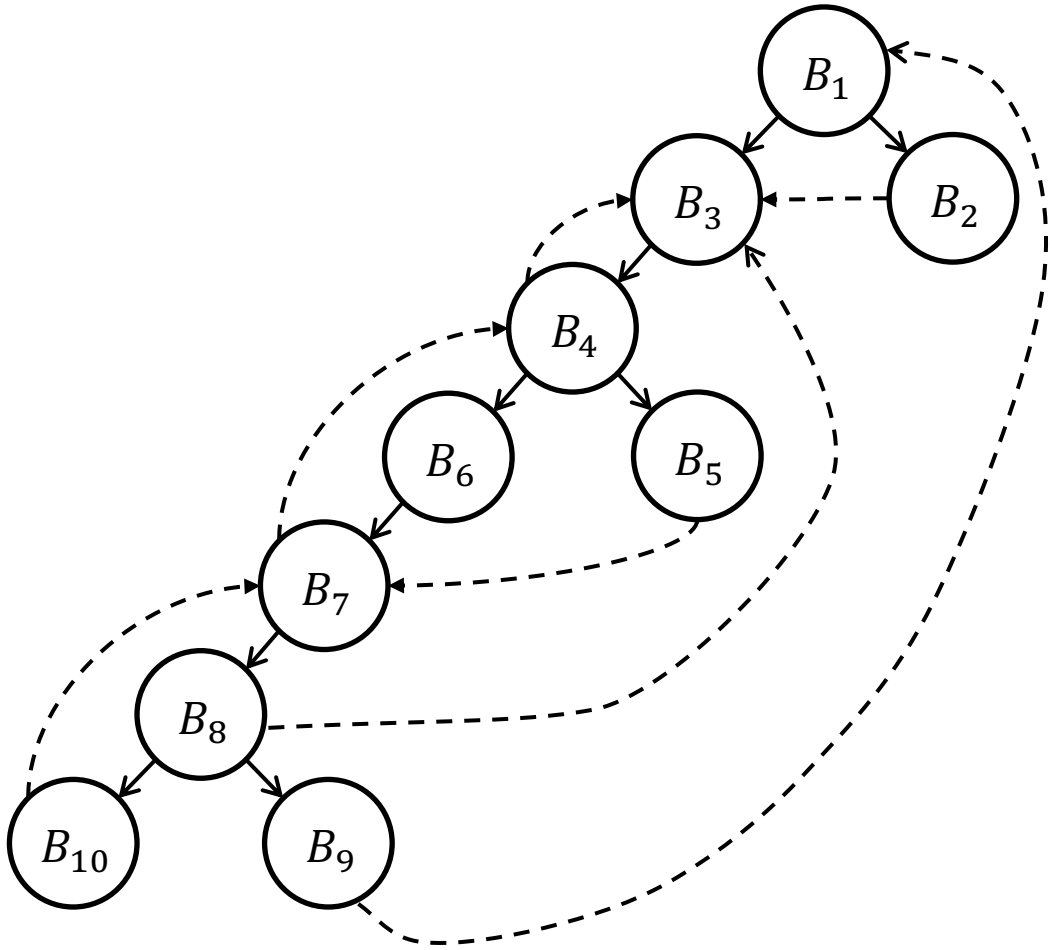
- Обратные дуги $\langle B_4, B_3 \rangle$ и $\langle B_8, B_3 \rangle$ формируют естественные циклы с одним и тем же заголовком B_3 и совпадающими множествами базовых блоков тела циклов $\{B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_{10}\}$, поэтому циклы нужно объединить в один
- В объединенный цикл вложены циклы ($\langle B_{10}, B_7 \rangle$, $\langle B_7, B_4 \rangle$)
- Изображение ГПУ справа понятнее, чем изображение слева.



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.2 Естественные циклы. Пример.





6.1. Выделение естественных циклов

6.1.4 Алгоритм построения естественного цикла по обратной дуге

Вход: ГПУ $G = \langle N, E \rangle$ с входным узлом $Entry$.

Обратная дуга $e = \langle n, d \rangle \in E$

Выход: подграф $C \subseteq G$, являющийся естественным циклом.

Метод:

(1) начальное значение C – множество $\{n, d\}$.

(2) узел d помечается как «посещенный».

(3) начиная с узла n выполняется поиск в глубину на обратном графе потока (направления дуг заменены на противоположные).

(4) все узлы, посещенные на шаге (3), добавляются в C.

6.1. Выделение естественных циклов

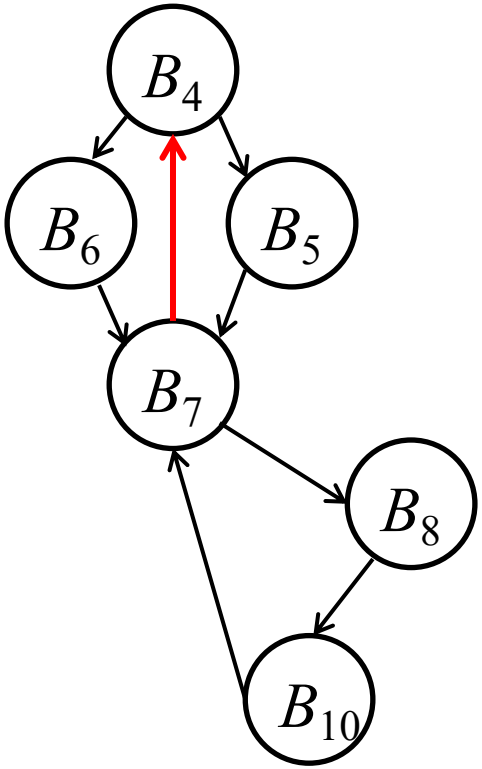
6.1.5 Пример построения естественного цикла по обратной дуге.

- Применим алгоритм 6.1.4 для построения естественного цикла, соответствующего обратной дуге $\langle B_7, B_4 \rangle$.

  Отметим вершину B_4 как посещенную и выполним поиск в глубину, начиная с вершины B_7.

  При этом будем считать, что на ГПУ стрелки соответствуют не концу, а началу дуги,

  т.е. роль множества $Succ(B_7)$ выполняет множество $Pred(B_7) = \{B_5, B_6, B_{10}\}$



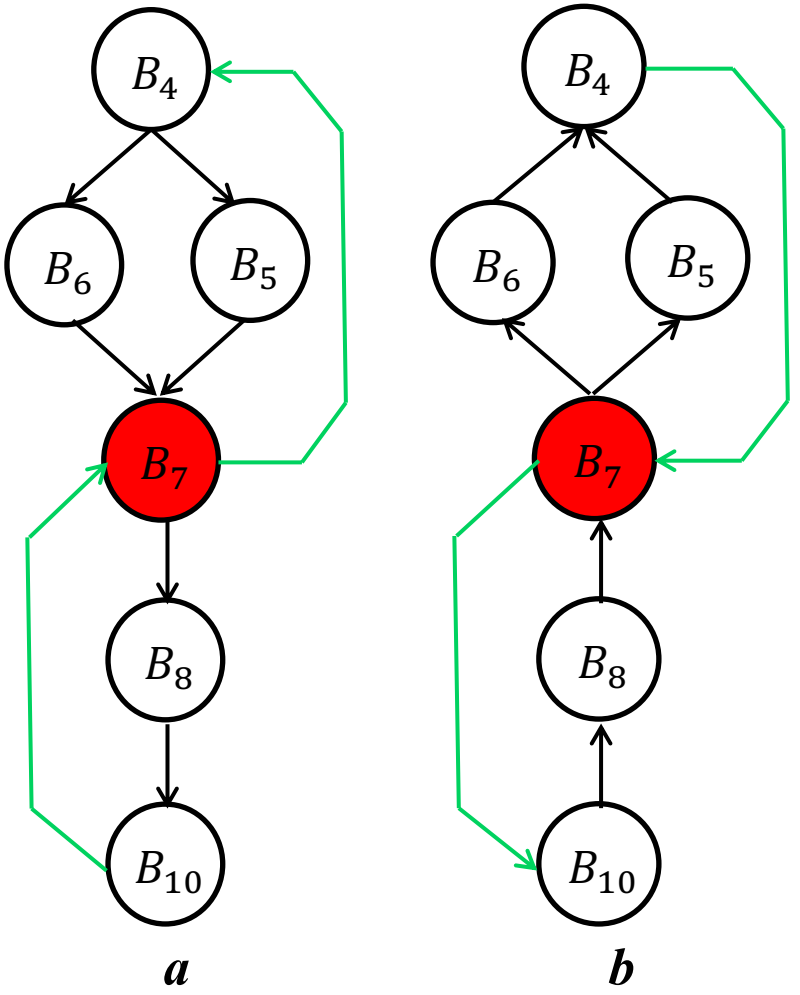
6.1. Выделение естественных циклов

6.1.5 Пример построения естественного цикла по обратной дуге.

- Применим алгоритм 6.1.4 для построения естественного цикла, соответствующего обратной дуге

  $\langle B_7, B_4 \rangle$

  (рисунок ***a***)
- Изменим направление дуг на противоположное (рисунок ***b***) и выполним поиск в глубину, начиная с вершины B_7, отметив вершину B_4 как посещенную.



6.1. Выделение естественных циклов

6.1.5 Пример построения естественного цикла по обратной дуге.

- Применим алгоритм 6.1.4 для построения естественного цикла, соответствующего обратной дуге

  $\langle B_7, B_4 \rangle$

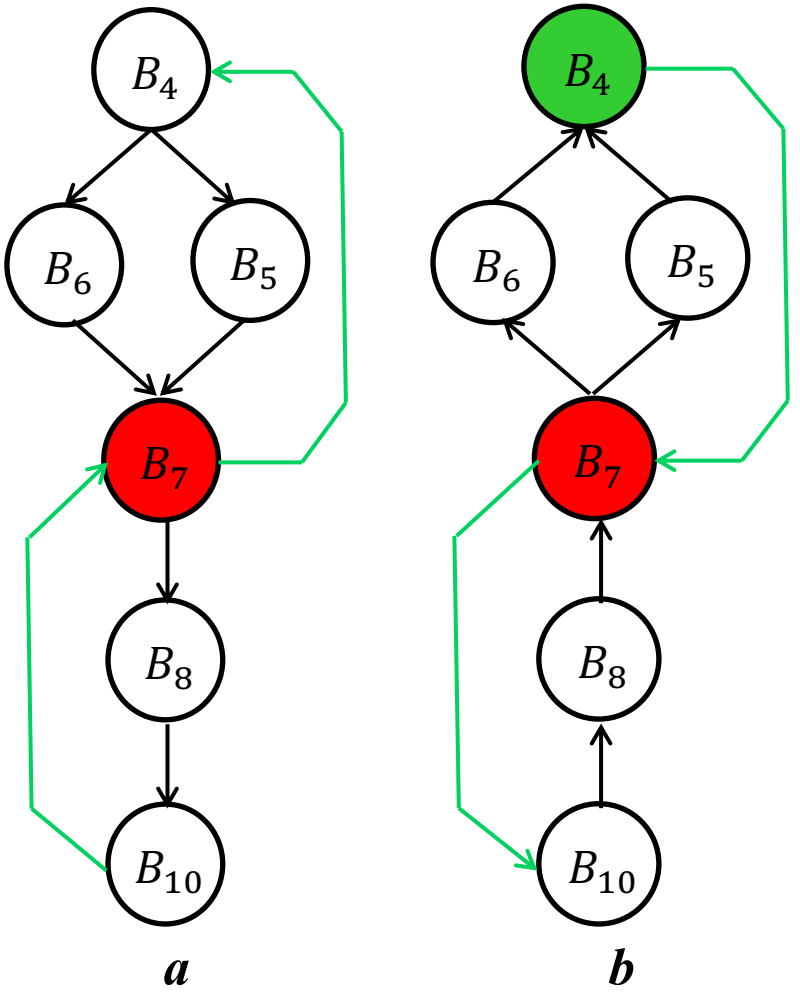
  (рисунок ***a***)

- На рисунке ***b***

  $Succ(B_7) = \{B_5, B_6, B_{10}\}$

  $Succ(B_{10}) = \{B_8\}$

  Следовательно, в состав цикла помимо концов обратной дуги (блоков B_7 и B_4), войдут блоки B_5, B_6, B_{10}, B_8



6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла

- *Инвариантом цикла* называется:
  - константа c;
  - переменная u, все определения которой находятся вне цикла;
  - переменная v, определяемая внутри цикла, если у v есть всего одно определение и это определение находится в базовом блоке, являющемся доминатором всех выходов из цикла

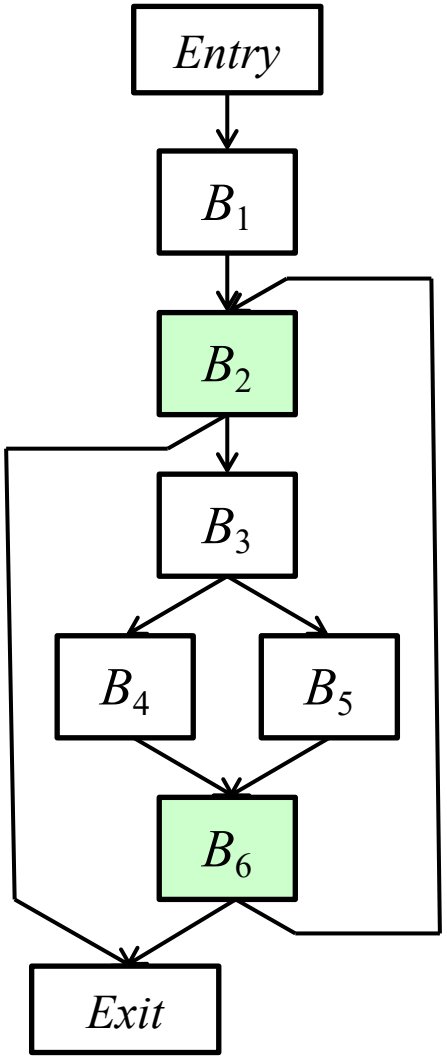
- Инструкция *инвариантна относительно цикла*, если все ее операнды являются инвариантами цикла.

- Оптимизация состоит в том, что в ГПУ добавляется еще один базовый блок – *предзаголовок* цикла, в который выносятся из цикла все инструкции, инвариантные относительно цикла.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 1

B_1 `b←2` `i←1`	B_2 `c←2` `d←b+i` `if(i>100)`	B_3 `a←b+1` `if(i%2=0)`
B_4 `d←a+d` `e←d+1`	B_5 `d←c` `f←d+1`	B_6 `i←i+1` `if(i<100)`

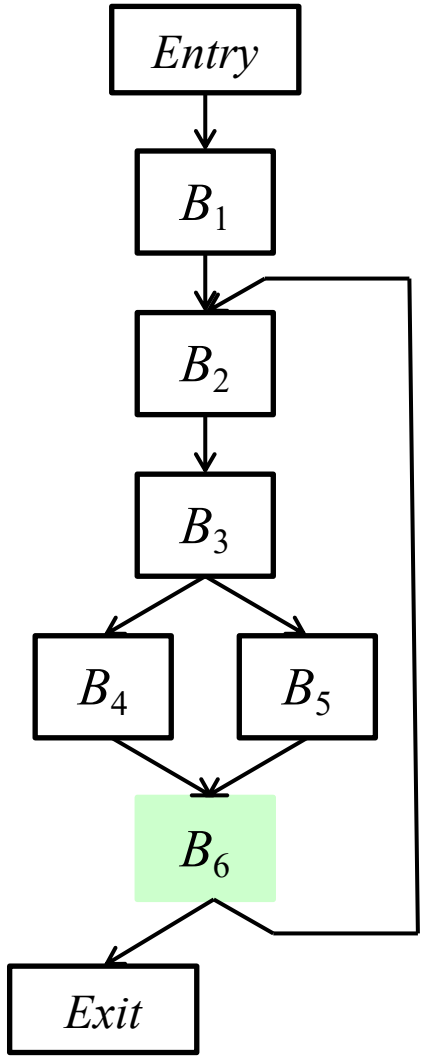


- ◊ Исходный цикл
- ◊ Блок B_1 выполняется до цикла, все остальные – в цикле.
- ◊ Выходы из цикла – блоки B_2 и B_6
- ◊ Блоки B_3, B_4, B_5 и B_6 не являются доминаторами блока B_2. Следовательно, из указанных блоков нельзя выносить код, иначе это может привести к некорректной оптимизации, т.к. значение переменных, записываемых в таких «инвариантах», будет изменено (при выходе из цикла на 1-й же итерации по недоминируемой дуге)

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 1

B_1 `b←2` `i←1`	B_2 `d←b+i` `c←2`	B_3 `a←b+1` `if(i%2=0)`
B_4 `d←a+d` `e←d+1`	B_5 `d←c` `f←d+1`	B_6 `i←i+1` `if(i<100)`



◊ Изменим исходный цикл, убрав из блока ненужное сравнение. У цикла останется только один выход – блоки B_6

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 1

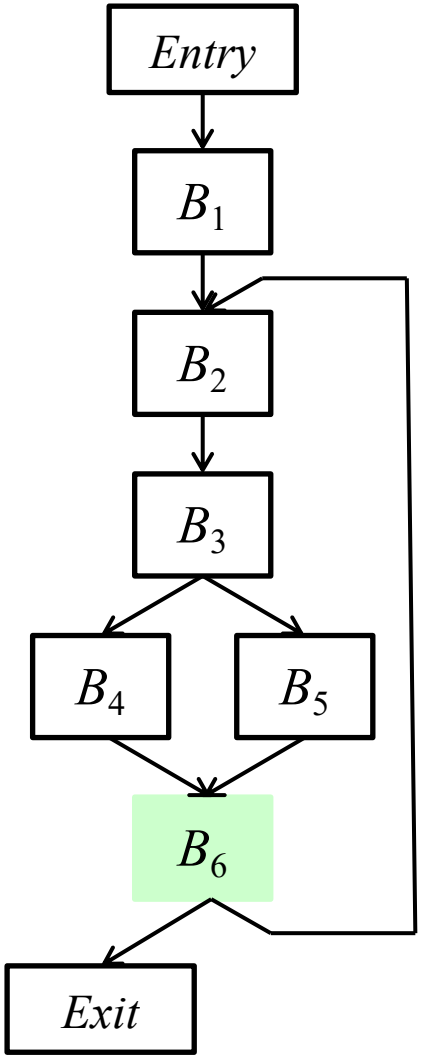
◊ Рассмотрим цикл с заголовком B_2.

B_1 **b←2** **i←1**	B_2 **d←b+i** **c←2**	B_3 **a←b+1** **if(i%2=0)**
B_4 **d←a+d** **e←d+1**	B_5 **d←c** **f←d+1**	B_6 **i←i+1** **if(i<100)**

◊ Инструкции **a←b+1, c←2**, инвариантны относительно цикла:

a←b+1: **b** – инвариант цикла, так как его определение находится вне цикла,
1 – инвариант цикла, как константа

c←2: **2** – инвариант цикла, как константа

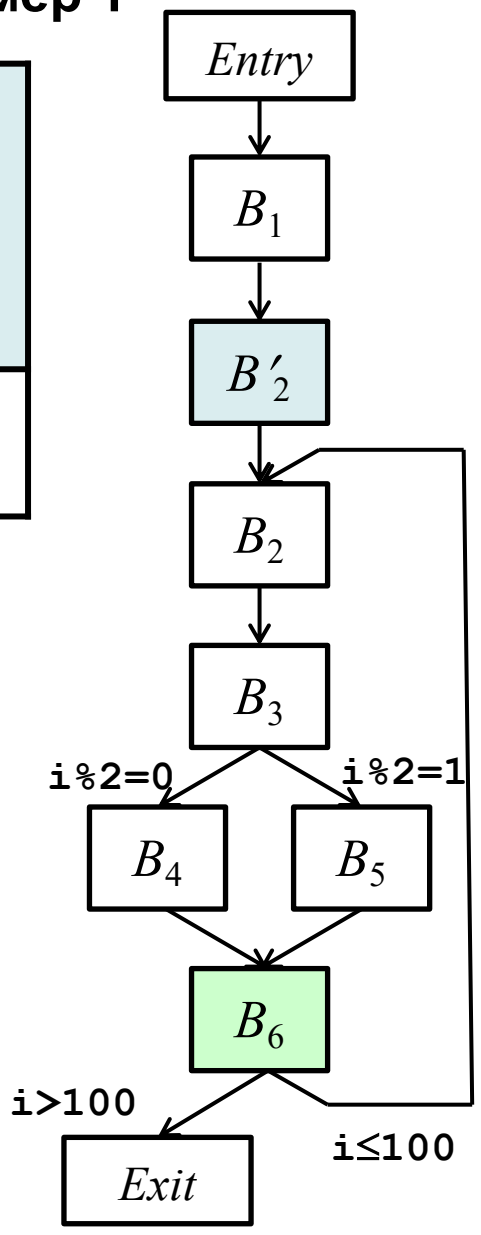


6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 1

B_1 `b←2` `i←1`	B_2 `d←b+i` `c←2`	B'_2
	B_3 `a←b+1` `if(i%2==0)`	
B_4 `d←a+d` `e←d+1`	B_5 `d←c` `f←d+1`	B_6 `i←i+1` `if(i>100)`

◊ После добавления предзаголовка (B'_2)

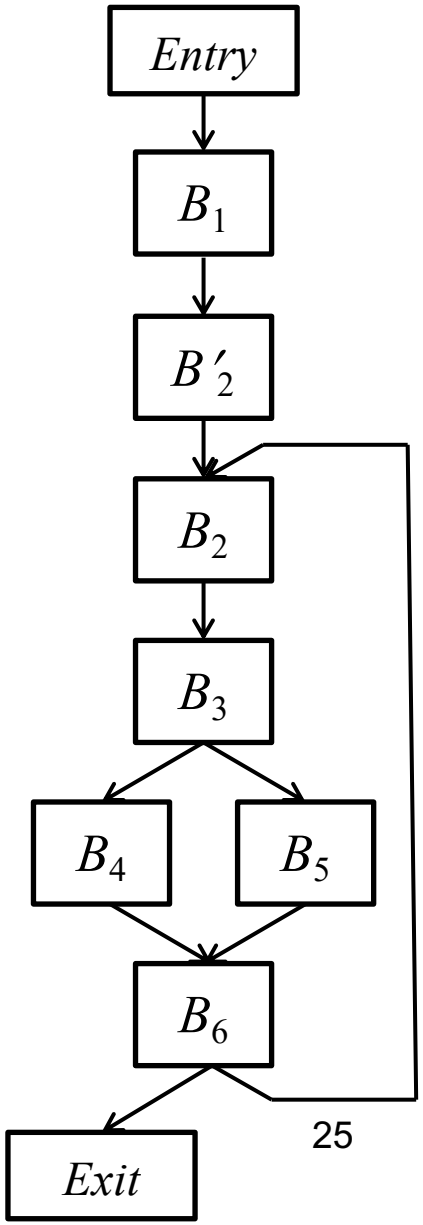


6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.1 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 1

B_1 `b←2` `i←1`	B_2 `d←b+i`	B'_2 `a←b+1` `c←2`
	B_3 `if(i%2=0)`	
B_4 `d←a+d` `e←d+1`	B_5 `d←c` `f←d+1`	B_6 `i←i+1` `if(i>100)`

◊ После вынесения инвариантного кода в предзаголовок

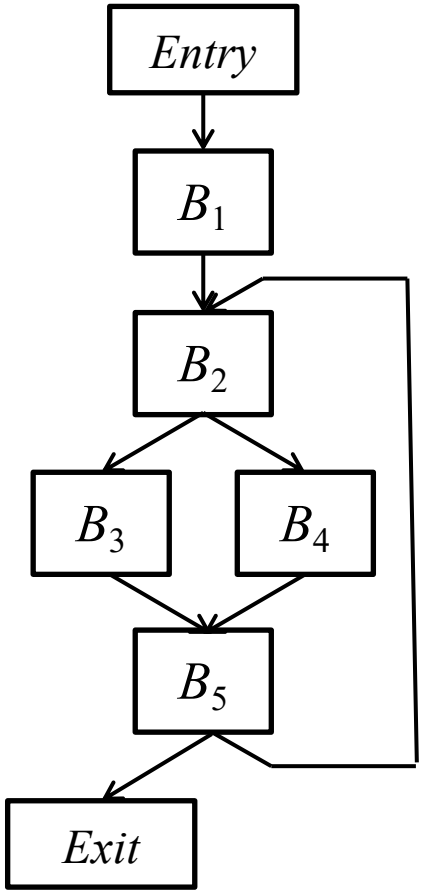


6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Код, инвариантный относительно цикла. Пример 2

B_1 `b←2`
`c←3`
`i←1`
	B_2 `a←b+c`
	`if(i%2=0)`
		B_5 `d←a+1`
		`f←e+2`
		`i←i+1`
		`if(i≤100)`

B_3 `e←2`		
B_4 `e←3`		



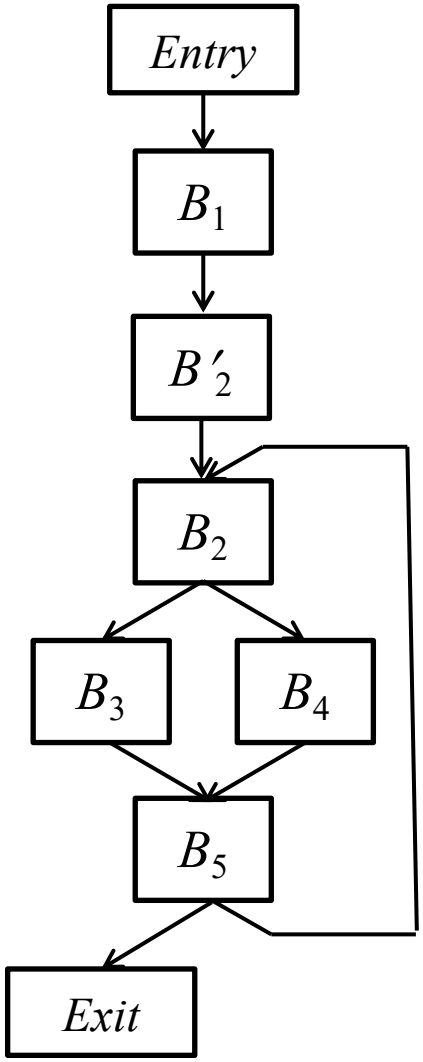
- ◊ Исходный цикл
- ◊ Блок B_1 выполняется до цикла, все остальные – в цикле

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 `b←2` `c←3` `i←1`	B_2 `a←b+c` `if(i%2=0)`	B_5 `d←a+1` `f←e+2` `i←i+1` `if(i≤100)`
B_3 `e←2`	B'_2	
B_4 `e←3`		

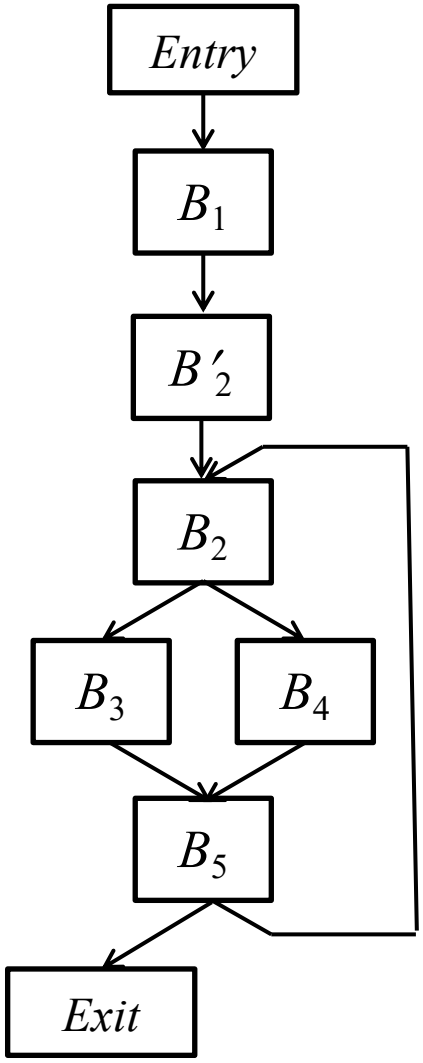
◊ После добавления предзаголовка (B'_2)



6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 **b←2** **c←3** **i←1**	B_2 **a←b+c** **if(i%2=0)**	B_5 **d←a+1** **f←e+2** **i←i+1** **if(i≤100)**
B_3 **e←2**	B'_2	
B_4 **e←3**		



◊ Инструкции **a←b+c, d←a+1** инвариантны относительно цикла:

a←b+c: определения **b** и **c** находятся вне цикла,

d←a+1: **1** константа

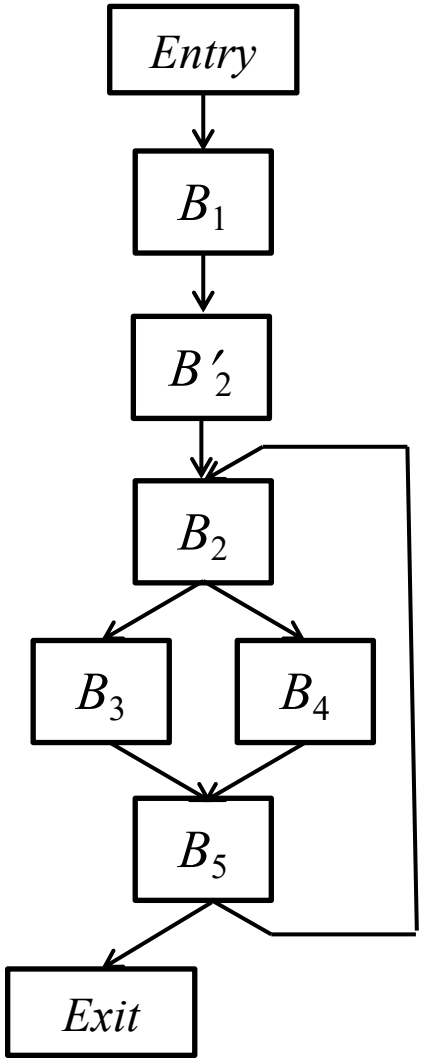
a определено только один раз в блоке , который является доминатором выхода из цикла

◊ Инструкции **e←2** и **e←3** не инвариантны относительно цикла; почему?

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 `b←2` `c←3` `i←1`	B_2 `a←b+c` `if(i%2=0)`	B_5 `d←a+1` `f←e+2` `i←i+1` `if(i≤100)`
B_3 `e←2`	B'_2 `a←b+c` `d←a+1`	
B_4 `e←3`		

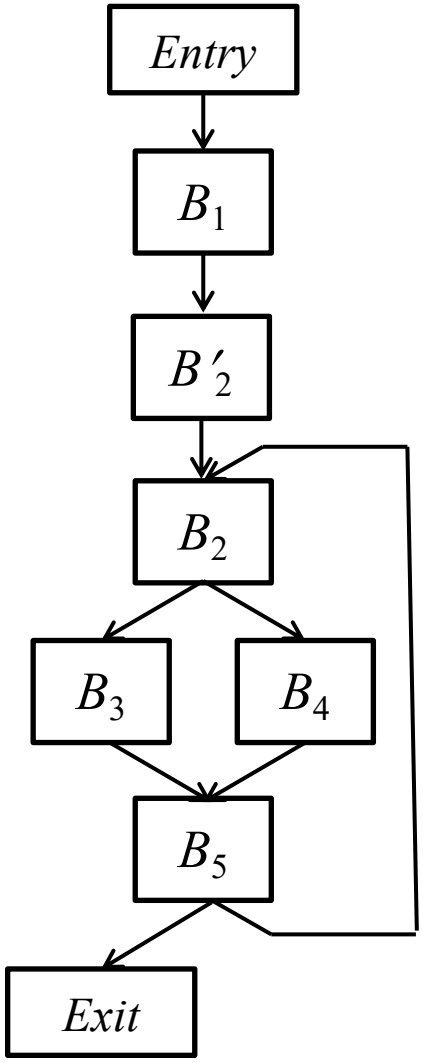


- ◊ Инструкции **e←2** и **e←3 не инвариантны относительно цикла**; почему?
- ◊ Во-первых, **e** определяется внутри цикла не один, а два раза; следовательно, значение **e** изменяется внутри цикла; при вынесении инструкций в предзаголовок **e** будет определяться только один раз и в зависимости от порядка инструкций в предзаголовке будет всегда иметь только одно значение (2 или 3)

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 `b←2` `c←3` `i←1`	B_2 `a←b+c` `if(i%2=0)`	B_5 `d←a+1` `f←e+2` `i←i+1` `if(i≤100)`
B_3 `e←2`	B'_2 `a←b+c` `d←a+1`	
B_4 `e←3`		

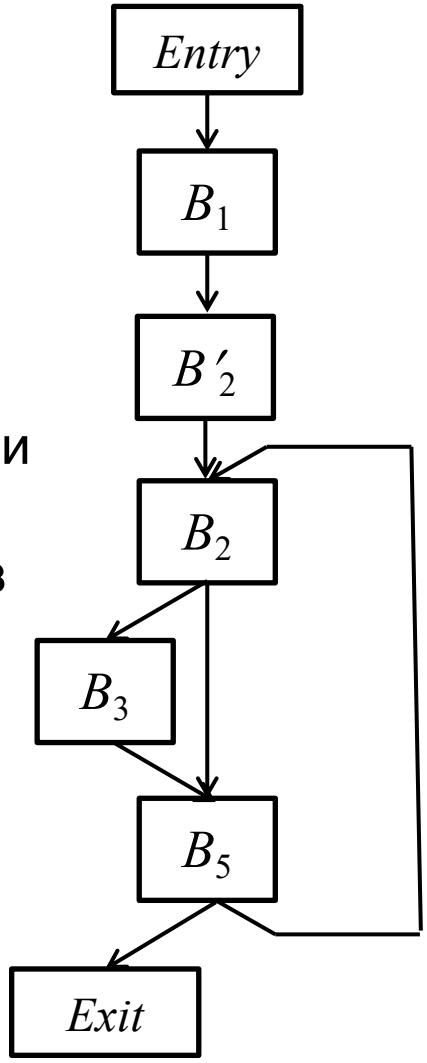


- ◊ Инструкции **e←2** и **e←3** не инвариантны относительно цикла; почему?
- ◊ Во-вторых, предзаголовок цикла является доминатором каждого базового блока, входящего в цикл, включая его заголовок (по построению); следовательно, предзаголовок является доминатором всех выходов из цикла (у рассматриваемого цикла всего один выход); значит в предзаголовок можно только инструкции из базовых блоков являющихся доминаторами всех выходов из цикла.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 **b←2** **c←3** **i←1**	B_2 **a←b+c** **if(i%2=0)**	B_5 **d←a+1** **f←e+2** **i←i+1** **if(i≤100)**
B_3 **e←2**	B'_2 **a←b+c** **d←a+1**	

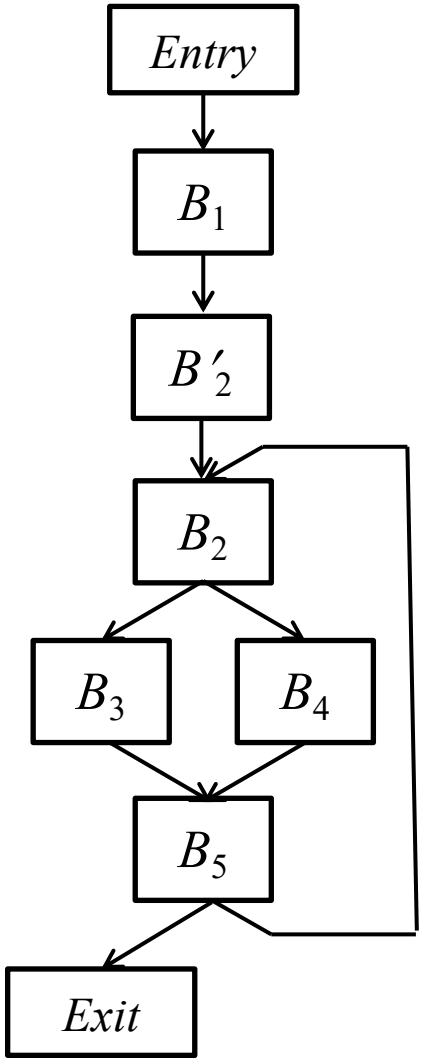


◊ В предзаголовок можно выносить только инструкции из базовых блоков являющихся доминаторами всех выходов из цикла. Если, например, удалить из цикла блок B_4, то **e** будет присваиваться только одно значение. Но даже в этом случае нельзя выносить инструкцию **e←2** в предзаголовок, так как блок B_3 все равно не будет доминатором выхода и результат выполнения программы может измениться.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 `b←2` `c←3` `i←1`	B_2 `if(i%2=0)`	B_5 `f←e+2` `i←i+1` `if(i≤100)`
B_3 `e←2`	B'_2 `a←b+c` `d←a+1`	
B_4 `e←3`		

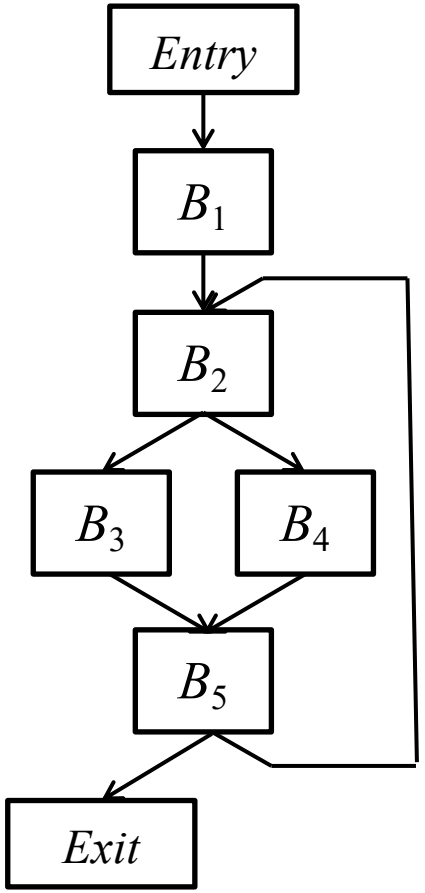


◊ Таким образом, выносить в предзаголовок можно только те инструкции, которые выполняются в блоках, доминирующих над всеми выходами из цикла (в рассматриваемом примере у цикла всего один выход) и которые выполняют единственное присваивание соответствующей переменной.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 **b←2** **c←3** **i←1**	B_2 **if(i%2=0)**	B_5 **f←e+2** **i←i+1** **if(i≤100)**
B_3 **e←2**	B'_2 **a←b+c** **d←a+1**	
B_4 **e←3**		



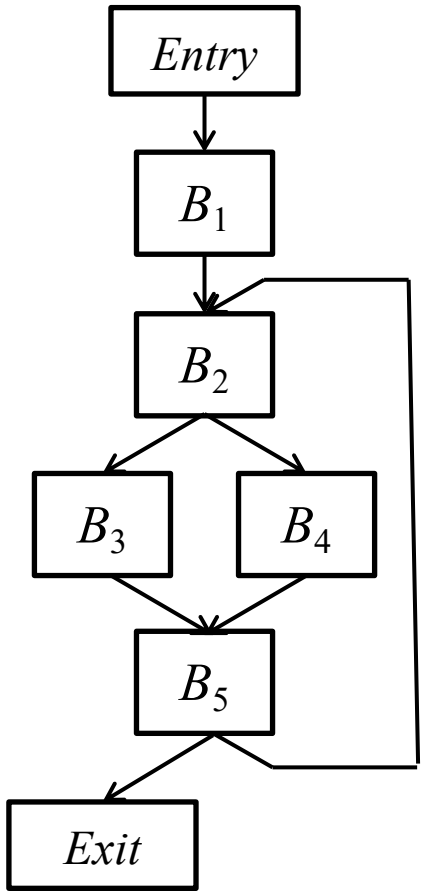
Итак:

- ◊ **a←b+c** инвариантный код, и его можно вынести в предзаголовок B'_2 (**b** и **c** определяются вне цикла, **a** определяется в блоке B_2, который доминирует над единственным выходом из цикла – блоком B_5)
- ◊ **d←a+1** инвариантный код, и его можно вынести в предзаголовок B'_2 (**a** определяется внутри цикла только в блоке B_2, который доминирует над единственным выходом из цикла – блоком B_5)

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 `b←2` `c←3` `i←1`	B_2 `if(i%2=0)`	B_5 `f←e+2` `i←i+1` `if(i≤100)`
B_3 `e←2`	B'_2 `a←b+c` `d←a+1`	
B_4 `e←3`		



Итак:

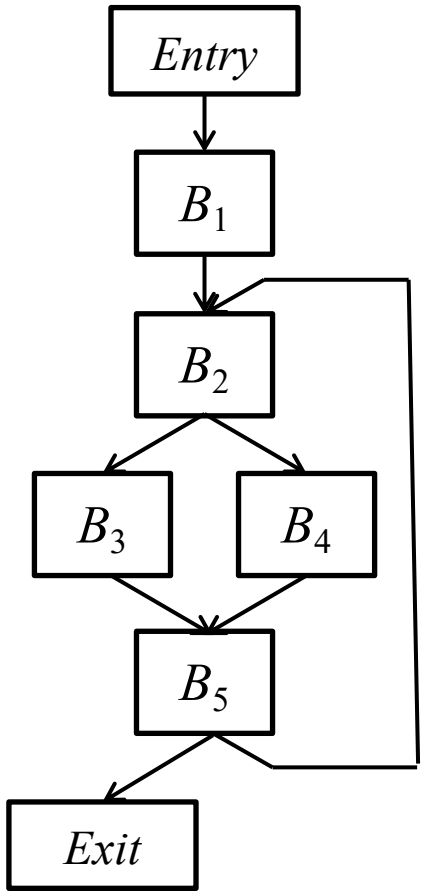
- ◊ инструкции `e←2` и `e←3` не инвариантны относительно цикла, так как выполняются в блоках, не являющихся доминаторами выхода из цикла – блока B_5
- ◊ инструкция `f←e+2` не инвариантна относительно цикла, так как `e` может изменяться во время выполнения цикла

Эти инструкции нельзя выносить в предзаголовок B'_2.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.2 Алгоритм перемещения инвариантного кода. Пример 2

B_1 **b←2** **c←3** **i←1**	B_2 **if(i%2=0)**	B_5 **f←e+2** **i←i+1** **if(i≤100)**
B_3 **e←2**	B'_2 **a←b+c** **d←a+1**	
B_4 **e←3**		



◊ Таким образом выражение присваивания **x = e**, где **e** – инвариант цикла, можно выносить в предзаголовок цикла, если выполняются следующие три условия:

1. это единственное определение **x** в цикле,
2. оно является доминатором всех выходов из цикла, на которых **x** живо,
3. это единственное определение **x**, достигающее использований **x** внутри цикл: **x** не является живым на входе в заголовок цикла.

6.2. Перемещение кода, инвариантного относительно цикла

6.2.3 Алгоритм перемещения инвариантного кода

◊ **Алгоритм**:

1. Перед заголовком цикла вставить пустой базовый блок (будущий предзаголовок).

Для всех инструкций в теле цикла:

2. Отметить как инвариантные все операнды-константы
3. Отметить как инвариантные все операнды, у которых все определения, достигающие инструкции, находятся вне цикла
4. Отметить как инвариантные все инструкции, все операнды которых отмечены, и которые находятся в блоках, доминирующих все выходы из цикла
5. Повторять шаги 2 – 4, пока инвариантные инструкции не перестанут выделяться
6. Переместить все выделенные инструкции в предзаголовок.

6.3. Другие оптимизации циклов

6.3.1 Обзор оптимизирующих преобразований циклов

- ◊ Вынесение инвариантного кода в предзаголовок (уже рассмотрели)
- ◊ Исключение умножений при вычислении индуктивных переменных (замена **`t ← a*i + c`**, где **`c`** и **`a`** – инварианты цикла, в частности – константы, на **`t ← c + a`**)
- ◊ Исключение проверок границ массивов
- ◊ Раскрутка циклов (чтобы сократить число проверок на окончание)
- ◊ Перестановка циклов в гнезде и другие преобразования, повышающие локальность данных, обрабатываемых в цикле (оптимизация работы с КЭШем)

6.4. Индуктивные переменные

6.4.1 Определение индуктивной переменной

◊ **Определение**. Переменная **v** называется *индуктивной переменной* цикла **L**, если на каждой итерации цикла значение **v** увеличивается на значение переменной (или константы) **c**, являющейся инвариантом цикла, то есть на каждом витке цикла выполняется инструкция:
v ← +, v, c

◊ Тривиальным примером индуктивной переменной является счетчик цикла, то есть переменная **i**, которой в начале цикла присваивается значение 0 (или 1) и значение которая на каждом витке цикла увеличивается на 1.

◊ Если индуктивная переменная **v** на каждой итерации цикла принимает значение **c * i + d**, где **c** и **d** – инварианты цикла, то **v** является линейной индуктивной переменной.

◊ Когда в цикле удается обнаружить индуктивные переменные, становится возможным выполнить различные оптимизации этого цикла.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.2 Семейства индуктивных переменных

◊ Нетрудно доказать, что линейные функции от индуктивных переменных тоже индуктивные переменные.
Следовательно, в циклах, могут встречаться семейства индуктивных переменных. Обычно в циклах бывает несколько таких семейств.

◊ *Основной* индуктивной переменной по определению является индуктивная переменная **`i`**, все определения которой эквивалентны определению вида **`i ← +, i, c`**, где **`c`** – инвариант цикла (как правило, константа). Нет необходимости, чтобы значение **`c`** было одинаковым в каждом таком определении.
Основная индуктивная переменная является *линейной*, если в цикле имеется всего одно ее определение, причем это определение является доминатором (или постдоминатором) всех остальных вершин цикла.

◊ *Производная* индуктивная переменная **`j`** выражается через одну из основных индуктивных переменных **`i`** как **`c * i + d`**, где c и d – инварианты цикла.

◊ Основная индуктивная переменная **`i`** и все ее производные индуктивные переменные составляют *семейство индуктивных переменных*.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.2 Семейства индуктивных переменных

◊ Основная индуктивная переменная **i** и все ее производные индуктивные переменные составляют *семейство индуктивных переменных*.

Для производной индуктивной переменной **j** удобно использовать обозначение **j = ⟨i, c, d⟩**.

Применяя это обозначение к **i**, получим **i = ⟨i, 1, 0⟩**

◊ В примере справа:

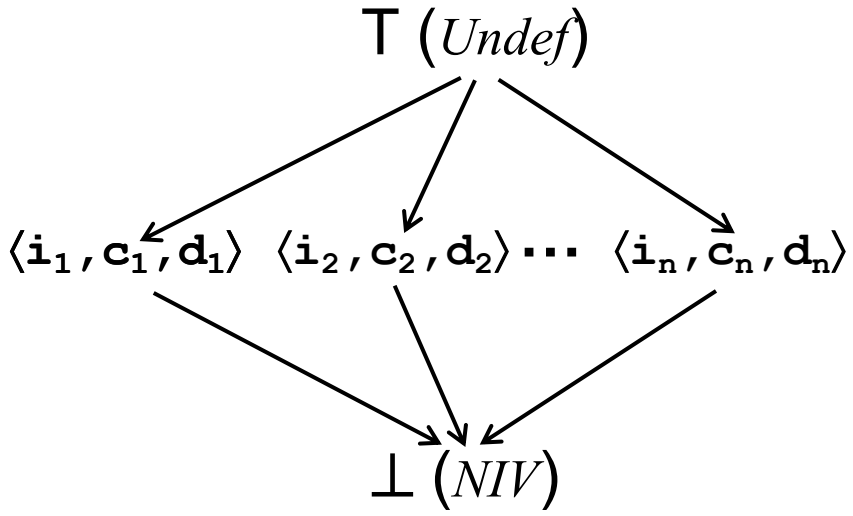
- **i** – основная индуктивная переменная;
- **j** – линейная основная индуктивная переменная;
- **k** и **l** – линейные производные индуктивные переменные семейства **j**;
- **m** – производная индуктивная переменная семейства **i**.

```
while (i < 10) {
  j = j + 2;
  if (j > 4)
    i = i + 1;
  i = i - 1;
  k = j + 10;
  l = k * 4;
  m = i * 8;
}
```

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

- ◊ Для обнаружения индуктивных переменных используется анализ потока данных в пределах цикла.
- ◊ Элементами полурешетки, на которой проводится анализ, являются «тройки» $\langle i_k, c_k, d_k \rangle$ (см. рисунок).
- ◊ По определению элементы полурешетки, отличные от ⊤ и ⊥, несравнимы один с другим.
- ◊ На элемент ⊥ отображаются переменные, не являющиеся индуктивными (он так и называется *NIV – Not Induction Variable*)
- ◊ На элемент ⊤ отображаются переменные, которым не было присвоено никаких значений, и по этой причине невозможно установить, является ли переменная индуктивной. Поэтому на элемент ⊤ отображаются переменные, имеющие значение «неопределенный (неинициализированный) элемент» – *Undef*.



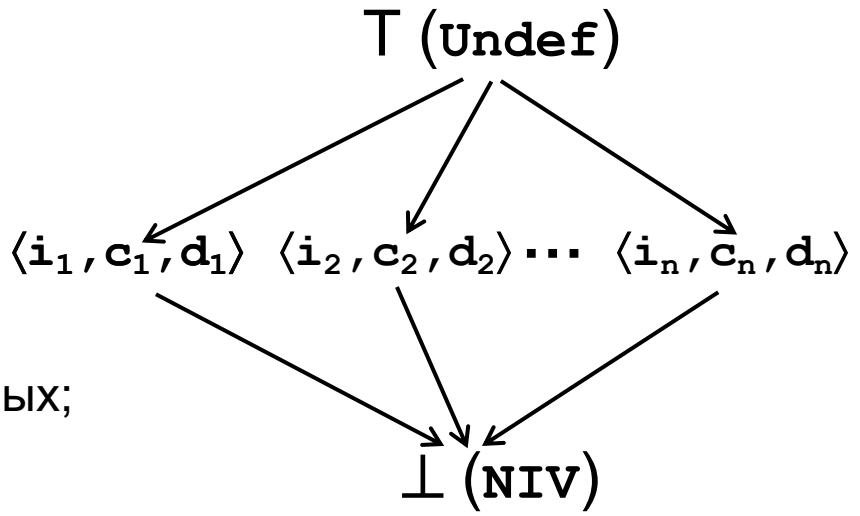
В начале анализа всем переменным присваивается значение *Undef* .

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ Рассмотрим переменную **x**.

Возможны следующие варианты:



- **x** в рассматриваемом цикле ничего не присваивается; тогда над **x** надписывается **Undef**;
- **x** присваивается значение $c_k * i_k + d_k$, где i_k – одна из основных индуктивных переменных; тогда **x** ставится в соответствие $\langle i_k, c_k, d_k \rangle$; самой индуктивной переменной i_k ставится в соответствие $\langle i_k, 1, 0 \rangle$.
- Если в точку сбора нескольких путей, для **x**, которому уже соответствует $\langle i_k, c_k, d_k \rangle$, на другом пути соответствует значение $c_m * i_m + d_m$, где i_m – другая основная индуктивная переменная; тогда старое соответствие для **x** стирается, и для него записывается **NIV**.

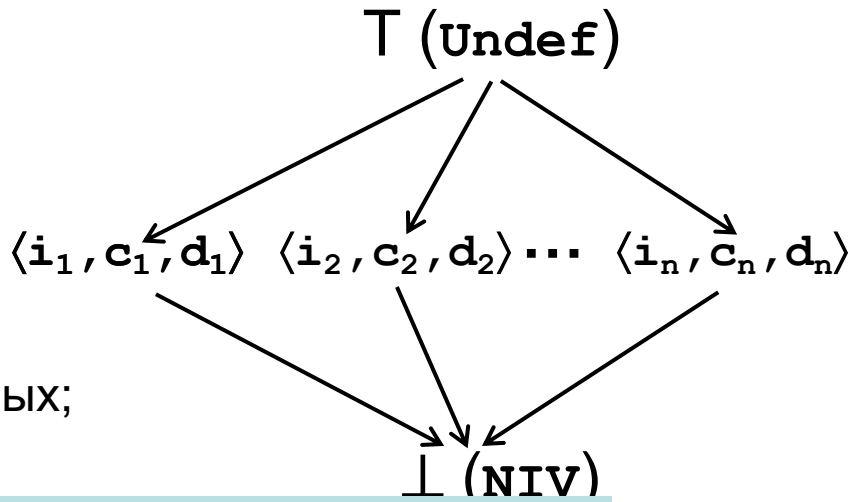
6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ Рассмотрим переменную **x**.

Возможны следующие варианты:

- **x** в рассматриваемом цикле ничего не присваивается; тогда над **x** надписывается **Undef**;
- **x** присваивается значение $c_k * i_k + d_k$, где i_k – одна из основных индуктивных переменных; тогда **x** ставится в соответствие



- элемент рассматриваемой полурешетки в текущей точке программы. На значениях этой функции будет задана передаточная функция анализа потока данных (т.е. передаточная функция отображает состояние программы до начала базового блока в состояние после него, где «состояние программы», в свою очередь, является отображением переменных на элементы полурешетки.

«Соответствие» означает, что существует отображение (функция), которое каждой переменной, встречающейся в исследуемом цикле, ставит в соответствие необходимый

ение
; тогда
IV.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ Чтобы начать анализ потока данных необходимо построить начальное отображение (**var**, **val**), где **var** – переменная, а **val** – ее значение. Эти пары помещаются в очередь **Worklist**.

- Сначала находят **основные** индуктивные переменные. Для этого просматриваются все инструкции цикла и находятся все переменные **i**, которым сначала присваивается целое значение **c** (**i ← c**), а потом ее значения изменяются только инструкциями вида **i ← +, i, d**, или **i ← +, d, i**, где **d** – инвариант цикла.
- Значением основной индуктивной переменной **i**, т. е. **val(i)** является «тройка» ⟨**i,1,0**⟩, так как очевидно, что **i = 1*i + 0**. Каждой основной индуктивной переменной **i** соответствует пара (**i**, ⟨**i,1,0**⟩), которая помещается в **Worklist**.
- Отметим, что присваивание **i ← c** должно быть **только одно.** (Вообще говоря, если таких присваиваний несколько, т. е. есть **n** инструкций **i ← c_k** с разными **c_k**, (**k = 1, … , n**), то переменная **i** может расщепляется на **k** переменных **i_k**, но без применения SSA формы это требует усложнения алгоритма с тем, чтобы отслеживать, какое определение достигает использования, и поэтому мы такие случаи сейчас не рассматриваем).

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ Чтобы начать анализ потока данных необходимо построить начальное отображение (**var**, **val**), где **var** – переменная, а **val** – ее значение. Эти пары помещаются в очередь **Worklist**.

- Если обнаруживаются инструкции вида
  p ← +, j, c или **q ← *, j, c**,
  где **j** – индуктивная переменная семейства **i**: **val(j) = ⟨i,a,b⟩**, а **c** – инвариант цикла, то **p** и **q** – тоже индуктивные переменные семейства **i**, причем
  val(p) = ⟨i,a,b+c⟩ и **val(q) = ⟨i,a*c,b*c⟩**.
- Если обнаруживаются инструкции вида **p ← e**, где **e** – выражение, не содержащее индуктивных переменных, то **val(p) = NIV**
- Всем остальным переменным сопоставляется значение ⊤ (**Undef**)
- Все пары (**var**, **val**), найденные на первом этапе, кроме пар, у которых **val** = **NIV** помещаются в том порядке, в котором они были найдены, в очередь **Worklist**.
- На этом первый этап алгоритма обнаружения индуктивных переменных заканчивается.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ После того, как начальное отображение построено и **`Worklist`** заполнен, начинается второй этап алгоритма обнаружения индуктивных переменных.

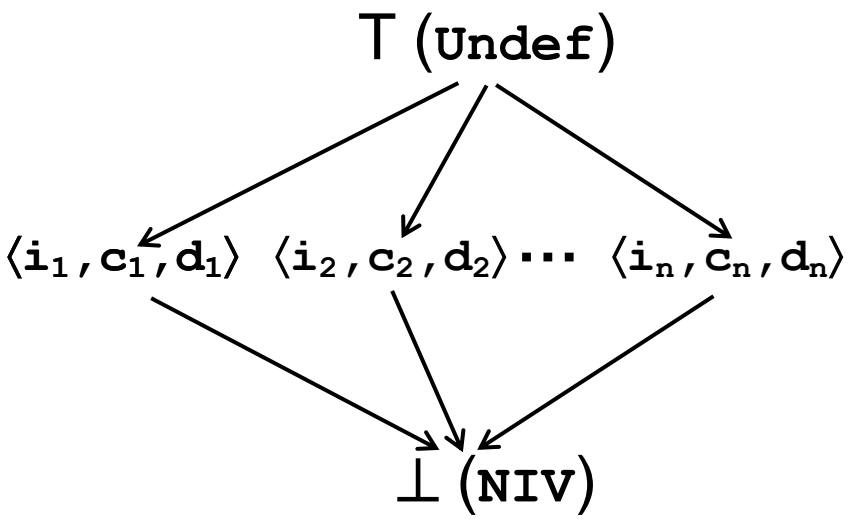
- ⟠ Из очереди **`Worklist`** выбирается очередная пара (**`var, val`**)
- ⟠ Если эта пара имеет вид (**`i`**, ⟨**`i,1,0`**⟩), она помещается в список найденных индуктивных, начиная семейство **`i`**.

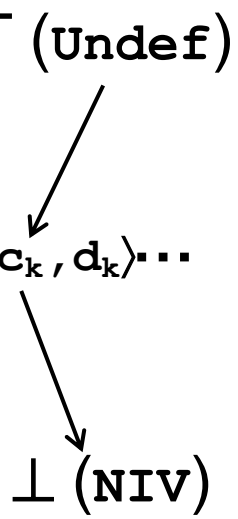
  Теперь все индуктивные переменные, значение которых имеет первым членом «тройки» **`i`**, будут помещаться в это семейство.
- ⟠ Если эта пара имеет вид (**`j`**, ⟨**`i,a,b`**⟩), выполняется обход ГПУ, чтобы выяснить, не превратится ли **`val(j)`** в **`NIV`**. Каждая пара анализируется независимо от других пар. Это связано со структурой полурешетки. В основном уточняются кандидаты в индуктивные переменные, имеющие значение **`Undef`**.
- ⟠ Анализ состоит в том, чтобы просмотреть все базовые блоки, в которых встречается **`j`** и убедиться, что во всех блоках **`val(j)`** остается в своем семействе индуктивных переменных. Основную роль при таком анализе играет операция сбора для функции **`val`**.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

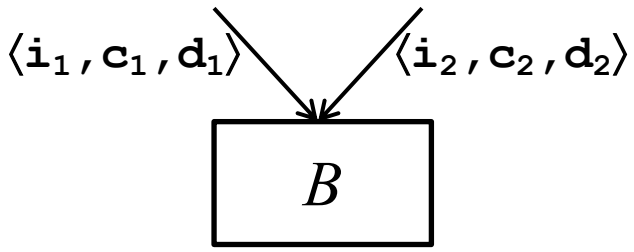
◊ Каждое значение анализируется самостоятельно на полурешетке, изображенной на правом рисунке.

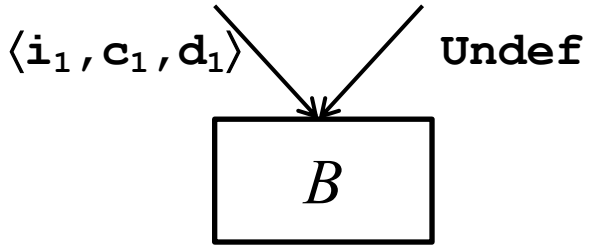




Анализ всех значений выполняется на декартовом произведении таких полурешеток

В результате анализа часть ИП станет **NIV**, а часть **Undef** станет ИП





$$\langle i_1, c_1, d_1 \rangle \wedge \langle i_2, c_2, d_2 \rangle = \begin{cases} \langle i_1, c_1, d_1 \rangle & \text{если } i_1 = i_2 \\ NIV & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\langle i_1, c_1, d_1 \rangle \wedge Undef = \langle i_1, c_1, d_1 \rangle$$

6.4. Индуктивные переменные

6.4.3 Обнаружение индуктивных переменных

◊ В результате анализа будет получено несколько семейств индуктивных переменных и станут возможными оптимизации, связанные с индуктивными переменными – снижение сложности операций и исключение индуктивных переменных.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.4 Снижение сложности операций

◊ Будет показано, что для индуктивной переменной можно заменить умножение сложением (т. е. арифметическую операцию, выполняемую более сложным (и долгим) алгоритмом заменить на более простую и быструю). Причем при указанной замене количество выполняемых операций (инструкций) не изменится.

◊ Рассмотрим простейший пример:

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

Значения переменной **j** вычисляются с использованием умножения, но **j** – производная индуктивная переменная ⟨**i,3,a**⟩, принадлежащая семейству основной индуктивной переменной **i**.

◊ Как вычислять **j**, используя сложение вместо умножения?

6.4. Индуктивные переменные

6.4.4 Снижение сложности операций, продолжение примера

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

◊ Как вычислять **j**, используя сложение вместо умножения?

◊ Сделать это очень просто:

Для производной индуктивной переменной **j** из семейства основной индуктивной переменной **i**: **val(j)** = ⟨**i,c,d**⟩ необходимо выполнить следующий простой **алгоритм**:

1. Создать новые переменные **s** и **k**, и в предзаголовке цикла выполнить присваивания **s = c*i + d;** и **k = c*h;**
2. В теле цикла заменить определение **j = e** на **j = s;**
3. В теле цикла после присваивания **i = i + h** вставить присваивание **j = j + k**;

6.4. Индуктивные переменные

6.4.4 Снижение сложности операций, продолжение примера

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

◊ Применив алгоритм к рассматриваемому циклу, получим

```
i = 1;
s = p + 3*i;
while (i < a.length) {
      j = s;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
      s = s + 6;
}
```

◊ И, что интересно, в преобразованном цикле нет явной зависимости между `j` и `i`: счетчик цикла и индекс элемента массива изменяются как бы независимо.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.4 Снижение сложности операций, окончание примера

◊ Таким образом, алгоритм снижения стоимости позволил заменить в теле цикла

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

умножение (`j = p + 3*i`) на сложение (`s = s + 6`),

в результате чего получился цикл

```
i = 1;
s = p + 3*i;        //предзаголовок цикла
while (i < a.length) {
      j = s;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
      s = s + 6;
}
```

6.4. Индуктивные переменные

6.4.5 Исключение (лишних) индуктивных переменных

◊ Рассмотрим оптимизированный цикл

```
i = 1;
s = p + 3*i;
while (i < a.length) {
        j = s;
        a[j] = a[j] + 1;
        i = i + 2;
        s = s + 6;
}
```

◊ В нем три индуктивных переменных **`i`**, **`j`** и **`s`**.

Анализ покажет, что две из них лишние, и их можно исключить.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.5 Исключение (лишних) индуктивных переменных

```
i = 1;
s = p + 3*i;
while (i < a.length) {
        j = s;
        a[j] = a[j] + 1;
        i = i + 2;
        s = s + 6;
}
```

◊ **Во-первых**, переменные `j` и `s` – это, по существу, одна переменная, так как `s` используется только для приращения индекса `j`.
Эти переменные (`j` и `s`) можно объединить в одну, например `s` и исключить лишнюю индуктивную переменную `j`.
Цикл после этого будет иметь вид (лишняя индуктивная переменная `j` исключена):

```
i = 1;
s = p + 3*i;
while (i < a.length) {
        a[s] = a[s] + 1;
        i = i + 2;
        s = s + 6;
}
```

6.4. Индуктивные переменные

6.4.5 Исключение (лишних) индуктивных переменных

```
i = 1;
s = p + 3*i;
while (i < a.length) {
        a[s] = a[s] + 1;
        i = i + 2;
        s = s + 6;
}
```

◊ **Во-вторых**, переменная `i` используется только в качестве счетчика цикла. Такие переменные называются *почти бесполезными*.
Для того, чтобы исключить `i`, нужно вычислить в предзаголовке верхнюю границу `t` для `s`.
Вспомнив, что `s` – производная индуктивная переменная ⟨`i,3,p`⟩ семейства `i`, получим **`t = a + 3*a.length`**

◊ После исключения `i` цикл примет окончательный вид:

```
i = 1;
s = p + 3*i;
t = p + 3*a.length
while (s < t) {
        a[s] = a[s] + 1;
        s = s + 6;
}
```

◊ Предзаголовок можно не оптимизировать: он выполняется всего один раз.

6.4. Индуктивные переменные

6.4.5 Исключение индуктивных переменных

◊ Таким образом, снижение стоимости и исключение (лишних) индуктивных переменных позволили оптимизировать исходный цикл

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

◊ Получив следующий оптимизированный цикл:

```
i = 1;
s = p + 3*i;
t = p + 3*a.length
while (s < t) {
      a[s] = a[s] + 1;
      s = s + 6;
}
```

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.1 В чем проблема

```
i = 1;
while (i < a.length) {
        j = p + 3*i;
        a[j] = a[j] + 1;
        i = i + 2;
}
```

◊ В языках *со строгой типизацией* (например, в языке *Java*), доступ к элементу массива по индексу возможен только тогда, когда индекс элемента не выводит за границы массива. Следовательно, транслятор *Java*-программы на байт-код, а значит и *JIT* должны вставлять в циклы соответствующие проверки: прежде, чем вычислить адрес элемента **`a[j]`**, компилятор должен убедиться, что **`j`** – безопасный индекс, не выводящий за пределы массива **`a[]`**.

◊ В частности, в цикл из примера 6.4.4 будет добавлена проверка, которая гарантирует, что индекс **`j`**, по которому производится доступ, удовлетворяет условиям:

$$0 \le j < a.length.$$

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.1 В чем проблема

```
i = 1;
while (i < a.length) {
      j = p + 3*i;
      a[j] = a[j] + 1;
      i = i + 2;
}
```

◊ В цикл, рассматриваемый в примере 6.4.4, добавится строка (она выделена цветом):

```
i = 1;
while (i < a.length) {
  j = p + 3*i;
  if (i < 0 | i ≥ a.length) goto L_err;
        a[j] = a[j] + 1;
        i = i + 2;
  }
```

◊ Наличие указанной строки внутри цикла существенно замедлит его выполнение (ведь на каждом витке цикла добавится два сравнения).

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.2 Решение проблемы.

- Лучше всего, конечно, вообще исключить проверку, или, по крайней мере, вынести ее в предзаголовок.
- Идея в том, что выполнение условия выхода из цикла (в рассматриваемом примере **`i < a.length`**) часто гарантирует, что обращения к массиву не выводят за его пределы.
- Если в этом можно убедиться во время статического анализа, проверка может быть удалена.
- Если это выясняется во время динамического анализа (или во время выполнения программы), цикл может быть представлен в двух версиях:
  - Быстрой, в которой нет проверок границ и
  - Медленной, в которой такие проверки есть.

  А пользователь пусть сам разбирается, где и когда какую версию использовать.

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.3 Использование индуктивных переменных.

◊ Рассмотрим проблему исключения проверок границ массивов, когда выполняются следующие условия:

1. Индуктивная переменная **`j`** семейства **`i`** сравнивается с инвариантом цикла **`u`** (проверка условия выхода из цикла **`j < u)`**.
2. Индуктивная переменная **`k`** того же семейства **`i`** сравнивается с инвариантом цикла **`n`** (проверка условия выхода из цикла **`k < n`**), причем из **`j < u`** следует **`k < n`**.
3. **`k`** и **`j`** изменяются в одном и том же направлении.
4. Проверка условия **`j < u`** находится в блоке, являющемся доминатором блока, в котором находится проверка условия **`k < n`**.

Утверждение. При выполнении условий 1, 2, 3 и 4 проверка условия **`k < n`** избыточна и может быть удалена.

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.3 Использование индуктивных переменных.

◊ Для обоснования утверждения, выясним, когда из $j < u$ следует $k < n$?

Пусть $j = \langle i, c_j, d_j \rangle$, $k = \langle i, c_k, d_k \rangle$.

Если условие $j < u$ выполняется, то

$$c_j * i + d_j < u$$

Без потери общности можно считать, что $c_j > 0$. Тогда

$$i < (u - d_j) / c_j$$

Следовательно,

$$k = c_k * i + d_k < c_k * \left((u - d_j) / c_j \right) + d_k$$

Если удастся показать в результате статического или динамического анализа, что правая часть последнего неравенства $\leq n$, то условие $k < n$ будет выполнено.

6.5. Исключение проверок границ массивов

6.5.3 Использование индуктивных переменных.

◊ Итак, необходимо выяснить, верно ли что

$$c_k * \left((u - d_j) / c_j \right) + d_k \le n \quad (*)$$

```
while (i < a.length) {
        a[i] = a[i] + 1;
        i = i + 1;
}
```

Это можно либо установить во время компиляции, либо (если статический анализ недостаточен) попытаться поместить соответствующую проверку в предзаголовок цикла.

◊ Для обращения к **a[i]** в примере выше условие **i < a.length** оказывается достаточным для одновременной проверки и верхней границы массива **a[]**. В этом нетрудно убедиться во время компиляции, подставив $c_i = 1$, $d_i = 0$, вместо (c_j, d_j) и (c_k, d_k) в формулу (*). Получим верное неравенство:

1*(a.length – 0)/1 + 0 ≤ a.length, или
a.length ≤ a.length.

Что касается 0, левой границы для **i**, то проверку условия **i > 0** можно вынести в предзаголовок (так как 0 – инвариант цикла).

6.6. Раскрутка циклов

6.6.1 Что это такое

◊ **Простой пример**. Выполним раскрутку внутреннего цикла в гнезде.

- Исходное гнездо циклов (на языке С):

```
for(j = 1; j <= nj; j++){
    for(i = 1; i <= ni; i++){
        y[i] += x[j] * m[i][j];
    }
}
```

- После раскрутки внутреннего цикла на 4:

```
for(j = 1; j <= nj; j++){
    mod_i = ni % 4;
    if(mod_i >= 1){
        for(i = 1; i <= mod_i; i++){
            y[i] += x[j] * m[i][j];
        }
    for(i = mod_i + 1; i <= ni; i += 4){
        y[i] += x[j] * m[i][j];
        y[i+1] += x[j] * m[i+1][j];
        y[i+2] += x[j] * m[i+2][j];
        y[i+3] += x[j] * m[i+3][j];
    }
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.1 Что это такое

◊ **Простой пример**. Выполним раскрутку внутреннего цикла в гнезде.

- Исходное гнездо циклов (на языке С):

```
for(j = 1; j <= nj; j++){
```

Раскрутка цикла
копирует тело цикла для нескольких итераций и корректирует вычисление индексов соответствующим образом.

- После раскрутки внутреннего цикла на 4:

```
for(j = 1; j <= nj; j++){
    mod_i = ni % 4;
    if(mod_i >= 1){
```

Если **ni** не делится на 4, то остается кусок цикла, который выполняется в коротком *цикле-прологе*.
Назначение цикла-пролога – гарантировать, что количество итераций цикла раскручиваемого на m, кратно m.
Такое преобразование цикла (расщепление цикла для обеспечения удобных границ) называется *выравниванием цикла*.

```
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.1 Что это такое.

- **Простой пример**. Но можно выполнить и **раскрутку внешнего цикла**.
  - После раскрутки внешнего цикла на 4:

```
mod_j = nj % 4;
if(mod_j >= 1){
        for(j = 1; j <= mod_j; j++){
                for(i = 1; i < ni; i++){
                        y[i] += x[j] * m[i][j];
                }
        }
}
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j] * m[i][j];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
        };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.1 Что это такое.

◊ **Простой пример**. Но можно

◈ После раскрутки вне

```
for(j = 1; j < nj; j++){
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j] * m[i][j];
        }
}
```

```
mod_j = nj % 4;
if(mod_j >= 1){
        for(j = 1; j <= mod_j; j++){
                for(i = 1; i < ni; i++){
                        y[i] += x[j] * m[i][j];
                }
        }
}
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j] * m[i][j];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
        };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.2 Слияние циклов.

◊ Слияние циклов – объединение двух циклов с одинаковыми границами изменения индекса и шагом в один.
Слияние корректно, когда каждое определение и каждое использование в результирующем (слитом) цикле имеют такие же значения, что и в исходных (сливаемых) циклах.

◊ В рассматриваемом простом примере можно выполнить три слияния циклов.

◈ До слияния внутренних циклов:

```
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j] * m[i][j];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
        };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.2 Слияние циклов.

- Слияние циклов – объединение двух циклов с одинаковыми границами изменения индекса и шагом в один.
- В рассматриваемом простом примере можно в последнем цикле выполнить три слияния внутренних циклов.
  - После первого слияния:

```
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j] * m[i][j];
                y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
        };
        for(i = 1; i < ni; i++){
                y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
        };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.2 Слияние циклов.

- В рассматриваемом простом примере можно в последнем цикле выполнить три слияния внутренних циклов.
  - После третьего слияния:

```
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
  for(i = 1; i < ni; i++){
    y[i] += x[j] * m[i][j];
    y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
    y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
    y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
  };
}
```

  - Последний цикл можно преобразовать к виду:

```
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
  for(i = 1; i < ni; i++){
    y[i] = y[i] + x[j] * m[i][j] + x[j+1] * m[i][j+1]
           + x[j+2] * m[i][j+2] + x[j+3] * m[i][j+3];
  };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.2 Слияние циклов.

◊ В рассматриваемом простом примере можно в последнем цикле выполнить три слияния внутренних циклов.

◊ Таким образом, оптимизируя цикл

```
mod_j = nj % 4;
if(mod_j >= 1){
   for(j = 1; j <= mod_j; j++){
      for(i = 1; i < ni; i++){
         y[i] += x[j] * m[i][j];
      }
   }
},
```

получаем окончательно следующий цикл:

```
for(j = mod_j + 1; j <= nj; j += 4){
   for(i = 1; i < ni; i++){
      y[i] += x[j] * m[i][j];
      y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
      y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
      y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
   };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.2 Слияние циклов.

◊ В рассматриваемом простом примере можно в последнем цикле выполнить три слияния внутренних циклов.

◊ Таким образом, оптимизируя цикл

```
mod_j = nj % 4;
if(mod_j >= 1){
```

Рассмотренное оптимизирующее преобразование называется *раскруткой с последующим сжатием.*

```
    }
  }
},
```

Если у сливаемых циклов границы изменения переменной цикла i не совпадают, можно применить выравнивание циклов.

```
  for(i = 1; i < ni; i++){
    y[i] += x[j] * m[i][j];
    y[i] += x[j+1] * m[i][j+1];
    y[i] += x[j+2] * m[i][j+2];
    y[i] += x[j+3] * m[i][j+3];
  };
}
```

6.6. Раскрутка циклов

6.6.3 Сравнение двух видов раскрутки циклов.

◊ Раскрутка внутреннего цикла производит код, **выполняющий намного меньше проверок на выход из цикла**. Доступ к двумерному массиву `m[i][j]` последователен, так как С-массив располагается по строкам.

◊ Раскрутка внешнего цикла не только сокращает количество проверок на выход из цикла, но и (особенно в случае раскрутки с последующим сжатием) обеспечивает повторное использование `y[i]`, а также последовательный доступ как к элементам `x`, так и к элементам `m`. Увеличение повторного использования данных существенно изменяет соотношение между арифметическими операциями и операциями доступа к памяти в цикле, повышая *локальность* данных.

◊ Кроме того, при каждом подходе могут проявляться и другие прямые и косвенные улучшения кода. Окончательная производительность цикла зависит от всех улучшений, как прямых, так и косвенных.

◊ Важным косвенным улучшением помимо увеличения локальности данных является увеличение количества операций в теле цикла.

◊ Раскрутка цикла позволяет реализовать его параллельное выполнение (этот вопрос будет рассмотрен при планировании кода).

6.7. Заключительные замечания

6.7.1 Другие преобразования циклов.

- ◊ В компиляторах применяются и другие преобразования циклов. Но эти преобразования применяются во время планирования кода для обеспечения параллельного выполнения инструкций программы на каждом ядре процессора (эти преобразования будут рассмотрены в последующих лекциях).
- ◊ Есть несколько преобразований циклов, используемые для повышения степени локальности данных, что позволяет увеличить производительность кэша данных при выполнении программы. Обеспечение локальности данных необходимо и для распараллеливания программы.